

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CXXVIII.

THE
IN
THE
THE
THE



ANNALEN
DER
P H Y S I K
UND
C H E M I E.

FÜNFTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

ACHTER BAND.

NEBST ELF FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1866.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

ANALYSIS

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

51 52 53 54 55 56 57 58 59 60

61 62 63 64 65 66 67 68 69 70

ANNALEN
DER
P H Y S I K
UND
C H E M I E.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERT ACHTUNDZWANZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTUNDVIERTER.

NEBST ELF FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1866.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

2

1

1

1

t

v

n

v

d

h

n

f

s

2

a

v

e

h

si

d

u

V

w

si

h

z

G

I. *Beiträge zur Kenntniß der elastischen
Nachwirkung; von F. Kohlrausch.*

Die folgenden Mittheilungen werden das Material enthalten, welches dem Verfasser in Betreff der elastischen Nachwirkung augenblicklich zu Gebote steht. Obwohl dieses nicht auf eine Vollständigkeit Anspruch machen kann, welche die Arbeit als ein Ganzes erscheinen läßt, so wird doch zur Orientirung über einige Punkte ein Beitrag geliefert werden, und darin mag der Wunsch des Verfassers, mit dem Vorhandenen einmal abzuschließen, seine Rechtfertigung finden.

Außer einer Discussion, welche den früheren Widerspruch zwischen den Beobachtungen über *Ausdehnung* und *Torsion* beseitigt, wird eine Reihe von neuen Messungen an einem *tordirten Silberdraht* mitgetheilt werden, durch welche der Beweis geliefert wird, daß die Nachwirkung ein durchaus selbstständiger Vorgang, an Gesetzmäßigkeit hinter keiner andern Erscheinung zurücksteht. Es wird sich zeigen, daß die *früher aufgestellten Gesetze* auch hier die Beobachtung mit fast vollkommener Schärfe darstellen, und daß die *Constanten* einfachen Beziehungen folgen. Vor Allem scheint die Differentialgleichung für die Nachwirkung innerhalb gewisser Gränzen nur *eine einzige Constante* zu enthalten, welche für denselben Körper unverändert bleibt und als der *Coëfficient der Nachwirkung* bezeichnet werden kann.

Indem sodann die Abhängigkeit der Nachwirkung von *Größe und Zeit der vorausgegangenen Verschiebung* gesucht

wird, findet sich ein Mittel wenigstens angestrebt, die Gesetze *praktisch* zu verwerthen, und an solchen Beobachtungen, welche als Zweck oder Hülfsmittel die Elasticität enthalten, die zum Theil erheblichen Correctionen der Nachwirkung anzubringen.

Endlich enthält die Arbeit eine Reihe von Messungen über den überraschend großen Einfluß der *Temperatur*, welcher vielleicht mit der Zeit den Weg zur Erklärung des merkwürdigen Vorganges zeigen kann. Man wird durch die Beobachtung zu der Annahme geführt, daß die Wärme den einzigen Grund der Nachwirkung bildet; und da kein anderer rein mechanischer Molecularvorgang einen so großen Einfluß der Temperatur erkennen läßt, während eine Aenderung des Aggregatzustandes noch weit entfernt ist, so dürfte unter einer geschickten Behandlung aus der Gesetzmäßigkeit dieses Einflusses umgekehrt ein Beitrag zu der näheren Kenntniß derjenigen Molecularbewegung, welche die Wärme bedingt, zu gewinnen seyn.

Daß bei einer Untersuchung, welche sich mit wenigen Anhaltspunkten ganz auf den empirischen Boden stellen muß, manche Methode hinterher unsystematisch erscheint, daß das Resultat mit der Mühe und Zeit, welche die meistens einförmigen Beobachtungen und Rechnungen in Anspruch genommen haben, nicht im Verhältniß steht, wird gern zugestanden. Indessen verdient ein so allgemeiner, theoretisch und praktisch wichtiger Vorgang wie die elastische Nachwirkung, wohl einige darauf verwendete Mühe, und für künftige Arbeiten wird einer oder der andere Anhaltspunkt durch dieselbe erreicht seyn.

Unter den nächsten Gesichtspunkten der Untersuchung ist zuerst als rein theoretisch hervorzuheben die Erweiterung unserer Kenntnisse über die *Molecularvorgänge in einem festen Körper*, von denen der Widerstand der Molecüle gegen die Bewegung oder gegen einen gewissen Theil der Bewegung ein wesentliches Glied zu bilden scheint. Gestaltsveränderungen elastischer Körper sind unvermeidlich mit dem Auftreten dieses Widerstandes verbunden;

er selbst steht umgekehrt in einer innigen Beziehung zu den molecularen Wärmevorgängen oder, vom Standpunkt der mechanischen Wärmetheorie aus, zu den Molecularbewegungen. Eine Reihe von *elektrischen* Erscheinungen in Isolatoren, unter Anderem den elektrischen Rückstand auf die Nachwirkung zurückzuführen, darf zum Mindesten noch nicht aufgegeben werden. Dafs manche *magnetische* Vorgänge mit ihr zusammenhängen, ist, wie Wiedemann bemerkt¹⁾, nach der gebräuchlichen Theorie des Magnetismus mit Sicherheit zu erwarten. Besteht die Magnetisirung aus einer Drehung der Molecüle, so mufs der Widerstand, welcher gerade der Drehung sich entgegensetzt, für die Herstellung des wahren Gleichgewichtes eine gewisse Zeit nothwendig machen. Das Maximum des magnetischen Moments wird von einer bestimmten Kraft nicht sofort hergestellt, und ebenso verschwindet auch im weichen Eisen der Magnetismus erst mit der Zeit. Hiernach werden die gebräuchlichen Gesetze über Magnetismus und Scheidungskraft gerade wie das gewöhnliche Elasticitätsgesetz, eine Modification erfahren müssen, so oft man, wie häufig vorkommt, eine andere als die Zeit des wirklich erreichten Gleichgewichtes vor sich hat. Die Uebereinstimmung dieser Modification mit den Gesetzen der elastischen Nachwirkung aber kann umgekehrt als der beste Prüfstein für die Drehungshypothese benutzt werden²⁾).

Dafs auch praktisch für einen grofsen Theil der elektromagnetischen und magnetelektrischen Apparate die ganze oder theilweise Zurückführung der hierher gehörigen magnetischen Vorgänge auf mechanische von Wichtigkeit seyn kann, braucht nicht hervorgehoben zu werden. Als passenden Namen dürfte sich für das allmähliche Anwachsen

1) Diese Annalen Bd. 126 S. 1.

2) Einige schon früher vom Verfasser angestellte Versuche in dieser Beziehung haben allerdings eine solche Aehnlichkeit erkennen lassen, sind aber zu sehr provisorischer Natur, um das Gesetz daraus abzuleiten oder nur um sie hier mitzutheilen. Sonstige Messungen, welche das Anwachsen und Verschwinden des Magnetismus in *gröfseren Zeiträumen* zum Gegenstand haben, sind mir nicht bekannt.

und Verschwinden des Magnetismus der Ausdruck *magnetische Nachwirkung* empfehlen, sowie eventuell für die Vorgänge des elektrischen Rückstandes die Bezeichnung der *elektrischen Nachwirkung in Isolatoren*.

Außerdem aber ist die Kenntniß der elastischen Nachwirkung wichtig für die vollständige Lehre von den *Bewegungen fester elastischer Körper*¹⁾. Damit diese aber in aller Ausführlichkeit entwickelt werden könne, also damit so, wie für die Schallwellen in der Luft, die bei der Verdichtung frei werdende Wärme in Rechnung gezogen worden ist, die Differentialgleichung schwingender Bewegungen von festen Körpern unter Berücksichtigung der Nachwirkung aufgestellt werden könne, genügt das bis jetzt Bekannte in keiner Weise. Erstlich bedarf es noch solcher Beobachtungen, welche die allgemeine Geltung der bis jetzt an einzelnen Substanzen (Cocon, Glas und Messingdraht) gefundenen Gesetze nachweisen und die Werthe der Constanten für andere Körper bestimmen. Sodann aber ist auch für einen einzelnen Körper die Beobachtung noch niemals so weit vervollständigt, daß man sein Verhalten allgemein voraussagen könnte. Diese Kenntniß der Gesetze zu beschaffen ist demnach eine Aufgabe der Beobachtung, weil voraussichtlich als der einzig mögliche Weg der empirische eingeschlagen werden muß; und dazu beizutragen ist der Zweck der vorliegenden Messungen.

Die letzteren fallen nun offenbar unter zwei Gesichtspunkte, da zwei Größen vorhanden sind, welche man der Beobachtung unterwerfen kann, nämlich *Gestalt* und *Kraft*; bei der Ausdehnung also Verlängerung und Spannung, bei der Torsion Winkel und Drehungsmoment. Die Nachwirkung tritt natürlich nur dann ein, wenn die Theilchen eine moleculare Bewegung ausführen müssen, also nach einer primären Verschiebung. Sonach stehen drei Variabele, *Gestalt, Kraft* und die *Zeit*, von der Aenderung an gerech-

1) W. Weber, *Comm. Soc. Gott. Vol. VIII*, p. 80. — *Diese Ann.* Bd. 54, S. 2.

net, im Zusammenhang, und vorläufig, wo es sich um die Feststellung der ersten Gesetze handelt, muß als rathsam erachtet werden, die Vorgänge, so weit thunlich, dadurch zu vereinfachen, daß man eine der beiden ersten Veränderlichen *constant* läßt, nachdem die primäre Aenderung vorgenommen ist. Die andere wird beobachtet, und in ihrer Abhängigkeit von der Zeit und von der vorausgehenden Aenderung zu bestimmen gesucht.

Man muß ferner einen Unterschied in der Beobachtungsweise statuiren, je nachdem man entweder die Theile nach jeder Verschiebung *ganz zur Ruhe kommen* läßt, oder nicht. Beispielsweise kann man die Spannung eines Drahtes, welche so lange bestanden hat, daß der Gleichgewichtszustand vollständig hergestellt ist, mit einer anderen vertauschen, sie etwa vermehren und die allmähliche Längenänderung so lange beobachten, bis wiederum die wahre Ruhelage erreicht ist. Für die nachkommende Verlängerung ergibt sich dann ein Gesetz, welches außer der Zeit als Variablen den Zuwachs der Spannung als Constante enthält. In dieser Weise sind Weber's Messungen am Coconfaden angestellt. Oder aber, man wartet nicht stets bis zu dem vollkommenen Gleichgewicht; man läßt z. B. einen Zuwachs der Spannung oder eine Verlängerung während einer *gemessenen Zeit* bestehen und beobachtet nach deren Aufhebung den allmählichen Rückgang in die alte Lage. Diese Nachwirkung ist abhängig von der vorausgegangenen Aenderung, sowohl nach deren Größe als auch nach der Zeit, während welcher sie bestanden hat.

Beobachtungen in einer oder der anderen Weise angestellt haben ihre Berechtigung; beide können theoretisch und praktisch von Wichtigkeit seyn. Beide werden z. B. zur Lösung der Aufgabe beitragen müssen, bei den Schwingungen eines elastischen Körpers die Nachwirkung in Rechnung zu ziehen. Wenn auch die vollständige Kenntniß der Gesetze für den Fall, daß, wie hier, Gestalt und Kraft veränderlich sind, schwierig zu erreichen seyn wird, so kann man doch mit der Einführung von Mittelwerthen als

Correction die Abweichungen erster Ordnung von den gewöhnlich angenommenen Gesetzen bestimmen und wird sich nun so mehr damit begnügen, als die vollständige Integration der Differentialgleichung, in welcher die Nachwirkung ausführlich angebracht wäre, voraussichtlich nicht möglich seyn wird.

Zu den Beobachtungen der ersteren Art gehört ein Theil einer früheren Arbeit des Verfassers, nämlich die Beobachtung über die Aenderung des Torsionsmomentes bei constantem Torsionswinkel. Zu den anderen sind zu rechnen diejenigen, bei denen ein Glasfaden um einen gewissen Winkel eine Zeit lang tordirt gewesen war, und darauf das asymptotisch abnehmende Drehungsmoment gemessen wurde, welches der Faden in der wahren Ruhelage ausübt; oder umgekehrt, wo nach Aufheben der Torsion die temporäre Ruhelage bestimmt wurde, wenn keine äußere Kraft mehr einwirkte¹⁾.

Auch die jetzigen Mittheilungen beziehen sich auf die *Torsion*, weil diese ohne jede Reibung eine empfindliche Ableungsmethode ermöglicht, welche für die Ausdehnung nur durch complicirte Apparate zu erreichen ist; weil sodann die lästige Temperaturcorrection, die bei gespannten Drähten den Betrag der Nachwirkung übersteigen kann, vermieden wird.

Will man nun die Theilchen nach jeder Verschiebung ganz zur Ruhe kommen lassen, so wird ein großer Zeitaufwand erfordert, weil bis zu diesem Punkte, wie sich zeigen wird, oft Monate verstreichen. Daher ist vorläufig von solchen Versuchen Abstand genommen, und man findet im experimentellen Theile der Arbeit nur die Frage behandelt: wie verhält sich der temporäre Abstand von der wahren Ruhelage, welcher nach einer Verschiebung zurückbleibt, zu deren Zeit und Größe sowie zu der Zeit nach dem Aufheben. Bei den Messungen wird ausreichende Gelegenheit gegeben werden, die Gültigkeit der allgemeinen Formeln darzuthun, und zwar für die theoretisch wichtigste

1) Diese Ann. Bd. 119, S. 337.

Lage der Theile, in welcher nämlich die äusseren Kräfte gleich Null sind.

Durch einige einfache Gesetze, die sich zu ergeben scheinen, wird auch die praktisch vorkommende Aufgabe erleichtert, von der scheinbaren Ruhelage, welche durch die vorausgehende Gestaltsänderung beeinflusst ist, auf die wahre Ruhelage zurückzuschliessen, eine Forderung, deren Auftreten, z. B. bei dem Gebrauch der Torsionswaage, bereits manchen Beobachter in Verlegenheit gesetzt haben mag. Ohne die Berücksichtigung dieser Correction lassen sich Fehlerquellen von allerdings wechselndem, aber gewiss oft erheblichem Betrage nicht vermeiden.

Endlich aber eignet sich die erwähnte Beobachtungsweise, weil man die Messungen unter sonst gleichen Umständen *wiederholen* kann, zur Feststellung von anderen Einflüssen. Im 6. Abschnitt wird hiernach der Zusammenhang zwischen Nachwirkung und Temperatur dargelegt werden.

Die unmittelbaren Resultate bestehen der Natur der Sache gemäss aus *einzelnen Zahlenreihen*, welche in ganzer Ausführlichkeit wiederzugeben allerdings der Raum verbietet. Allein die Mittheilung bis zu einer gewissen Vollständigkeit erscheint durch die hypothetische Natur der allgemeinen Folgerungen geboten, damit die letzteren controlirt und eventuell verbessert werden können.

I. Ueber das Grundgesetz der elastischen Nachwirkung. Vergleich der Beobachtungen über Ausdehnung und Torsion.

In dem früheren Aufsätze wurden die Beobachtungen durch eine *Exponentialgleichung* dargestellt, welche in keinem Falle die Uebereinstimmung vermissen liess. Ueber ihre Bedeutung und Ableitung mögen hier noch einige ergänzende Bemerkungen folgen¹⁾.

1) Verh. diese Ann. B. 119, S. 350. — Der Hr. Berichterstatter in den Fortschritten der Physik (1863, S. 50) wird verzeihen, wenn ich den von ihm gebrauchten Ausdruck, daß die Coefficienten der Formel für

Das Grundgesetz der Elasticitätslehre sagt, daß die Theilchen eines vollkommen elastischen Körpers für bestimmte äußere Kräfte nur eine einzige Stellung haben, in welcher die auf das einzelne Molecül ausgeübten Kräfte sich aufheben; wir nennen sie die *wahre Ruhelage* oder die *Gleichgewichtslage*. Die Kraft, mit welcher die Theilchen nach dieser hin getrieben werden, ist der Entfernung aus derselben proportional. Dieses Gesetz bleibt freilich bestehen, aber das Factum der Nachwirkung zeigt, daß die Molecüle der Bewegung, oder wohl besser einem Theile der letzteren, einen *Widerstand* entgegenstellen, dessen vorläufig unbekannte Natur aus den empirischen Daten erforscht werden muß. Durch Probiren muß man in die Gleichung, welche die Bewegung darstellt, den Widerstand unter einer Form einführen, welche den Beobachtungen entspricht.

Allen sonstigen Bewegungen liegt das *Trägheitsgesetz* zu Grunde und spricht sich darin aus, daß man in der Mechanik von dem zweiten Differentialquotienten ausgeht. Bei der Ableitung unserer Gesetze aber ist dieß nicht geschehen und zwar aus einem einfachen Grunde. Die Bewegungen stehen wegen ihrer Langsamkeit in keinem Verhältniß zu den sonst vorkommenden. Wenn, wie sich später zeigen wird, zu einem Wege von einem kleinen Bruchtheil des Millimeters Zeiträume von vielen Tagen, etwa von einem Vierteljahr erfordert werden, wenn eserner offenbar gleichgültig ist, ob man an den tordirten Draht eine kleinere oder größere Last hängt, welche überdies die Masse des gesamten Drahtes weit übersteigt, so muß man von der Trägheit im gewöhnlichen Sinne ganz absehen. Der Widerstand überwiegt, wie bei einem schweren Körper, welcher in eine dickflüssige Masse einsinkt, die Trägheit in dem Maasse, daß die Geschwindigkeit in jedem Punkte von der in einem endlichen Abstände vorausgehen-

jeden bestimmten tordirten Körper constant seyen, dahin berichte, daß dieß nur für den Exponenten m gültig ist. Mißverständnisse können freilich kaum dadurch entstehen, da man leicht sieht, daß die Constanten aller Coëfficienten denselben Torsionswinkel voraussetzen würde.

den unabhängig ist. Deswegen genügt es, für den *ersten Differentialquotienten* eine Gleichung aufzustellen.

Ueber deren Form ist *a priori* nicht viel zu sagen. Weber setzte die Geschwindigkeit in jeder Lage einer *Potenz des Abstandes* von der Gleichgewichtslage proportional. Will man hierin Kraft und Widerstand unterscheiden, setzt man ferner die erstere dem Abstand proportional, und nimmt an, daß der Widerstand als Nenner auftritt, so folgt auch für letzteren eine Potenz des Abstandes.

Die Differentialformel mit ihrem Integral ist somit

$$(I) \quad \dots \dots \dots -\frac{dx}{dt} = b \cdot x^p$$

$$x = [b(p-1)]^{\frac{1}{1-p}} (t + C_1)^{\frac{1}{1-p}} = \frac{b_1}{(t + C_1)^p}$$

indem $p > 1$ seyn muß.

Diese Formel zeigt eine ausgezeichnete Uebereinstimmung mit den Messungen, welche Weber über die Ausdehnung des Coconfadens angestellt hat ¹⁾; unter den Beobachtungen des Verfassers über die Torsion genügte sie nur einem kleinen Theile ²⁾.

Führt man dagegen die *Zeit nach der primären Kraft- oder Gestaltsänderung* in den Widerstand ein, so ergibt sich ein Ausdruck, dessen Integral allgemein auf die in dem vorigen Aufsätze enthaltenen Beobachtungen angewandt werden konnte, nämlich

$$(II) \quad \dots \dots \dots -\frac{dx}{dt} = a \frac{x}{t^m}$$

$$x = C \cdot e^{-\frac{a}{1-m} t^{1-m}} = C \cdot e^{-at^m}$$

C , a und m ließen sich stets so bestimmen, daß der Beobachtung bis zu einer recht guten Uebereinstimmung entsprochen wurde.

Die mitzutheilenden Versuchsreihen kommen im Wesentlichen auf die Verhältnisse hinaus, welche den Tabellen IX und X des früheren Aufsatzes zu Grunde liegen.

1) W. Weber, diese Annalen Bd. 54, S. 12.

2) Diese Annalen Bd. 119, S. 349 ff.

Gerade hier aber ließen sich *beide Formeln* anwenden mit theilweise fast vollkommener Uebereinstimmung. Die Integrationsconstante in (I) wurde gleich Null gefunden, so daß der einfache Ausdruck entsteht

$$x = \frac{b_1}{t^{p_1}}.$$

Die Anwendbarkeit beider auf den ersten Blick so verschiedener Formeln konnte auffällig erscheinen; allein es läßt sich zeigen, daß sie, *sobald* $C_1 = 0$ wird, nicht mehr neben einander stehen, sondern daß hiermit (I) ein *specieller Fall von der Exponentialformel* wird, wenn nämlich in der letzteren $m = 0$ ist. Dann müssen C und a beide unendlich werden, damit x überhaupt noch veränderlich ist, und es läßt sich zeigen, daß der Ausdruck in den einfacheren mit der Potenz von t im Nenner übergeht. In der That war $m = 0,017$ und a sowie C eine große Zahl.

Der Uebergang läßt sich wie gesagt leicht nachweisen, wenn man die bei dem Nullsetzen von m auftretenden Ausdrücke $\frac{0}{0}$ oder $0 \cdot \infty$ näher betrachtet. Aber einfacher er giebt er sich daraus, daß ja auch die *Differentialformel* (I) ein specieller Fall von (II) wird. Denn man kann sie schreiben

$$-\frac{dx}{dt} = bx \cdot x^{p-1} = \frac{1}{p-1} \cdot \frac{x}{t}$$

wenn man für das eine x den Integralwerth einführt. Setzt man nun $\frac{1}{p-1} = \alpha$, so erhält man die Formel

$$(III) \quad \dots -\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t} \quad x = \frac{c}{t^\alpha}.$$

Und dies ist die Formel (II), sobald man in letzterer $n = 1$ (oder $m = 0$) setzt.

Wenn nun, wie gleich gezeigt werden soll, auch Weber's Messungen sich unter einer sehr plausibelen Annahme hierauf zurückführen lassen, so dürfte die Formel (II) das gültige Naturgesetz vorläufig am wahrscheinlichsten darstellen, denn alle bisher bekannten Beobachtungen sind durch dasselbe wiederzugeben.

Weber's Messungen fallen aber unter die Form (III), sobald man die Integrationsconstanten C_1 näher betrachtet. Die Anspannung des Fadens nämlich sowie das Nachlassen der Spannung sind hier nicht momentan oder in sehr kurzer Zeit erfolgt, sondern durch allmähliches Drehen einer Schraube. Welcher Zeitraum hierbei verstrichen ist, und welcher Einfluss daraus folgen muss, lässt sich nicht genau angeben. Auf S. 15 des 54. Bandes wird bemerkt, Abspannung und Anspannung haben 6 bis 10 Minuten Zeit erfordert, wo offenbar die erste Gröfse für die Abspannung, die zweite für die Anspannung gültig ist¹⁾. Hiernach harmoniren die Constanten 1',1816 und 4',7318, noch mehr aber die anstatt der letzteren alsbald mitzutheilende ungefähr mit dem Einfluss der langsamen Drehung. Sie würden gleich Null geworden seyn, wenn nicht die erste Ablesung willkürlich (und nach Weber's Hypothese auch indifferent) zum Anfangspunkt der Zeitrechnung gewählt wäre.

Sobald nun $C_1 = 0$ wird, kommen nach der früheren Bemerkung auch diese Beobachtungen über die Ausdehnung zunächst auf (III) und damit auf das allgemeine Gesetz (II) hinaus.

Aber ganz abgesehen davon, dass alle Beobachtungen hierdurch auf ein Gesetz zurückgeführt werden, wird man dem Ausdruck (III) schon deswegen den Vorzug vor (I) geben, weil er mit einer Constante ausreicht. Erst bei dem Integriren tritt die zweite auf, während die Integrationsconstante von (I) Null wurde und eben dadurch zeigt, dass der Anfangspunkt der Veränderung auch für die Differentialvorgänge eine besondere Bedeutung hat²⁾.

Es ist bereits auf Grund der früheren Beobachtungen über die Torsion darauf hingewiesen, dass die Geschwindigkeit der Aenderung nicht ausschließlich von dem Abstände der Molecule aus der Gleichgewichtslage abhängt,

1) Cf. Comm. Soc. Gott. VIII p. 66.

2) Auch die Formel $-\frac{dx}{dt} = a \cdot t^n$ führt, wenn die Integrationsconstante gleich Null gesetzt wird, auf dasselbe Integral wie (III).

dafs sie nicht für jeden Körper eine bestimmte Function dieses Abstandes ist. Wenn man auf einen Faden eine Torsion von 90° eumal während einer, ein anderes Mal während zweier Minuten hat wirken lassen, so besteht (nach S. 360 Bd. 119) dieselbe Abweichung vom Gleichgewicht im ersten Falle I', im andern 18' nach dem Aufhören der Kraft. Von dieser Stellung an aber erfolgt eine weitere Bewegung um die Hälfte des erwähnten Abstandes bei beiden Versuchen in sehr verschiedenen Zeiträumen, nämlich in 50, resp. 200 Minuten.

Diesem gegenüber scheint freilich bei der *Ausdehnung* der Umstand zu stehen, dafs beide Tabellen I. und II.¹⁾ von Weber unter der Voraussetzung berechnet sind, die betreffenden Curven seyen von gewissen Punkten an *congruent*, obwohl die Aenderung in der Spannung bei I. gröfser ist als bei II. Indessen sieht man leicht, dafs man der Tabelle II. durch Rechnung weit besser entspricht, wenn die Curve der von I. nur als ähnlich betrachtet wird.

Weber nämlich setzt:

$$\text{in I. } e = 206,67 - 137,97(t + 1,1816)^{-0,17192}.$$

In II werden der Congruenz wegen die Constanten 137,97 und 0,17192 unverändert beibehalten, und es ist

$$e = 357 + 137,97(t + 4,7318)^{-0,17192}.$$

Die Uebereinstimmung der hiernach berechneten Werthe mit der Beobachtung ist jedoch keineswegs zu vergleichen mit der fast vollkommenen Congruenz bei Tabelle I (würde wahrscheinlich noch unvollkommener ausfallen, wenn die primären Veränderungen, welche etwa das Verhältnifs 3 : 5 haben, ungleicher wären), und es ist leicht zu zeigen, dafs unter der veränderten Voraussetzung, die Curven seyen einander *ähnlich*, das Resultat sich günstiger stellt. Geht man nämlich, da die wahre Gleichgewichtslage nicht beobachtet ist, von dem letzten Werth in I. und dem entsprechenden in II. rückwärts, so findet sich die Proportionalität der Differenzen x und y augenscheinlich. Die letzte Zeit in I. ist 1233,47; x und y sey der Abstand der Elongation

1) Diese Annalen Bd. 54, S. 5 und 7.

zur Zeit der Columnen I von derjenigen zur Zeit 1233',47, die 4. Reihe giebt das Verhältniß $\frac{y}{x}$. So hat man

Zeit	x	y	$\frac{y}{x}$
1233,47	0,00	0,00	
477,47	7,08	5,65	0,798
342,47	9,90	8,36	0,845
261,47	12,14	10,49	0,864
180,47	16,08	13,50	0,840
99,47	21,57	18,43	0,854
48,47	29,51	25,33	0,858
20,47	40,62	34,93	0,860
10,47	49,89	42,97	0,861
5,47	59,43	51,36	0,864
3,47	66,07	57,80	0,875
1,91	73,28	68,40	0,933

Die Constanz des Verhältnisses ist nur bei dem ersten Werth, wo ein Beobachtungsfehler den größten Einfluß hat, und bei dem letzten, wo das verschieden rasche Drehen der Schraube die Abweichung in dem beobachteten Sinne erwarten läßt, beeinträchtigt. In sofern aus dem letzteren Grunde auch der Nullpunkt der Zeit nicht bekannt ist, war an den Zeiten von II. eine Constante anzubringen. Sie ist = 1',91 angenommen, d. h. in den Weber'schen Tabellen entspricht hiernach der Zeit 0 in II. die Zeit 1',91 in I. Hiermit steht ungefähr der Einfluß, welchen das verschieden rasche Drehen haben dürfte (der halbe Unterschied dieser Dauer), in Einklang.

Noch evidenter wird die Porportionalität, wenn man wirklich die Constanten für II. danach bestimmt und die Rechnung mit der Beobachtung vergleicht. Der Exponent p_1 ist nunmehr die einzige Constante, welche unverändert bleibt, und man erhält:

$$e = 365,28 + 120,27 (t + 2,82) - 0,17192.$$

Hiernach ist die dritte Reihe von Tabelle I. berechnet, während die vierte die entsprechenden Werthe mit Weber's Constanten enthält. In 5. und 6. sind die entsprechenden Differenzen angegeben.

Tabelle I.

Zeit	beobacht.	berechn. I.	berechn. II.	Δ_1	Δ_2
0,00	469,80	465,93	462,62	- 3,87	- 7,18
0,78	463,34	461,80	459,88	- 1,54	- 3,46
1,78	458,00	457,81	456,95	- 0,19	- 1,05
3,78	452,23	452,24	452,46	+ 0,01	+ 0,23
5,78	448,27	448,30	449,07	+ 0,03	+ 0,80
10,78	442,02	442,09	442,85	+ 0,07	+ 0,83
20,78	435,02	435,14	436,06	+ 0,12	+ 1,04
30,78	431,01	431,02	431,70	+ 0,01	+ 0,69
60,78	424,16	424,19	424,22	+ 0,03	+ 0,06
120,78	417,90	417,82	417,11	- 0,08	- 0,79
315,78	410,22	409,94	408,17	- 0,28	- 2,05
396,78	408,23	408,22	406,23	- 0,01	- 2,00
801,78	404,07	403,36	400,66	- 0,71	- 3,41
1287,78	401,14	400,40	397,26	- 0,74	- 3,88
2168,78	396,93	397,39	393,82	+ 0,46	- 3,11

Bis auf die ersten beiden Werthe, wo die Verschiedenheit des Drehens in Frage kommt, ist die Uebereinstimmung der neuen Rechnung ebenso gut wie die von Tabelle I. bei Weber¹⁾. Schließt man diese beiden aus, so ist der *wahrscheinliche Fehler* nach der neuen Berechnungsweise 0,2, dagegen nach der alten 1,2 Scalentheile; wobei noch zu bemerken, daß die Constantenbestimmung nicht nach kleinsten Quadraten ausgeführt ist, sondern mit *drei einzelnen Werthen*. Die Vortrefflichkeit der Beobachtung wird dadurch in helles Licht gesetzt.

Somit dürfte der frühere Widerspruch zwischen den Beobachtungen über Torsion und Ausdehnung beseitigt seyn, indem nachgewiesen ist, daß auch bei der Ausdehnung des Seidenfadens die Bewegung nach der Ruhelage hin nicht nur von dem jederzeitigen Abstände abhängt, sondern auch von der Zeit, während welcher die Bewegung schon gedauert hat. Diese Zeit tritt hier einfach als Nenner in der Gleichung für die Geschwindigkeit auf.

Bei dieser Gelegenheit verdient übrigens hervorgehoben zu werden, daß die Constanten 137,97 und 120,27, welche die GröÙe der Nachwirkung darstellen, sich *nicht*

1) Bd. 54, S. 12.

verhalten wie die gesammten Ausdehnungen. Vielleicht ist diese Abweichung in der Natur der Sache begründet, vielleicht aber durch Verschiedenheit der Temperatur oder einen anderen äusseren Grund bedingt. Die Frage, welchen Einfluss die allmähliche, der Bewegung proportionale Spannungsänderung haben muss, lässt sich nach unserer zu Grunde gelegten Differentialformel nicht so einfach übersehen¹⁾. Vorläufig werde deswegen nur hervorgehoben, dass durch diese eigenthümlichen Verhältnisse die Grundgesetze nicht geändert zu werden scheinen.

Leitet man die Integralformel aus der Differentialformel (III) ab, so bemerkt man, wie die einzige in der letzteren vorkommende Constante a den Exponent 0,17192 bezeichnet. Sie wird für den untersuchten Körper eine besondere Bedeutung haben, und man kann sie füglich als den *Coëfficient der elastischen Nachwirkung* bezeichnen. Soeben wurde gezeigt, wie diese Zahl für zwei Versuche mit dem Coconfaden, den einen bei *Anspannung* desselben, den andern bei *Abspannung* um eine andere Grösse, denselben Werth erhält. Es ist kaum zu viel gesagt, wenn man annimmt, dass sie für eine jede Spannungsänderung diesen Werth haben würde.

Ebenfalls ist für die *Torsion* eines *Messingdrahtes* früher der Exponent in mehreren Versuchen gleich gefunden und wird im Folgenden für eine grosse Zahl von ähnlichen Versuchen mit einem *Silberdraht* überall denselben Werth zeigen.

Ausserdem ist leicht einzusehen, wie von der *Länge* des Drahtes dieser Werth *unabhängig* ist, denn eine andere Länge wird allerdings eine andere, aber eine ähnliche Curve für die Nachwirkung ergeben. Man braucht also *keine Reduction* auf eine Längeneinheit vorzunehmen. Unser Werth würde somit die Bedingungen einer *physikalischen Constante* erfüllen, indem er erstens mit den auftretenden Integrationsconstanten einen Vorgang völlig bestimmt, ausserdem aber wahrscheinlich nur von der Beschaffenheit des angewandten Körpers abhängt.

1) Diese Ann. Bd. 54, S. 16.

II. Apparate und Beobachtungsmethode.

Die Ablesungen sind natürlich mit Spiegel und Scale angestellt worden. Im Einzelnen ist über die Beobachtungsweise noch Folgendes zu bemerken.

Der Apparat, welcher den aufgehängten Draht enthält, ist von dem früheren mehr provisorischen verschieden (Bd. 119, S. 356). Er findet sich in Fig. 1 Taf. IV dargestellt.

In einen runden Holzfuß von 2^{cm},5 Dicke und 20^{cm} Durchmesser sind drei Säulen von 22^{cm} Höhe und 2^{cm},5 Durchmesser eingelassen, welche ein 2^{cm} dickes Brett tragen; Alles aus hartem trockenem Holz und wie man sieht ziemlich massiv. Auch ist das Ganze, um der unveränderlichen Stellung willen, sehr sorgfältig gearbeitet. In der Mitte des oberen Brettes ist eine Metallfassung mit einem etwas conischen (nach unten zulaufenden) Loch eingelassen, in welchem sich ein Zapfen dreht. An letzterem befindet sich ein starker horizontaler Zeiger, dessen Stellung auf einem Theilkreise (halbe Grade) abgelesen wird. Um nach Einwirkung der Torsion genau die vorige Stellung des Zeigers zu haben, wozu das Einstellen nach Augenmaafs nicht ausreicht, ist eine Metallklemme in passender Lage an das Brett geschraubt, an welche der Zeiger angelegt wird. Man konnte sich überzeugen, dafs der letztere bei vorsichtigem Anlegen bis auf einen Bruchtheil des Scalentheils genau dieselbe Lage hatte, indem z. B. drei Wiederholungen successiv die Einstellung des Spiegels 532,0, 2,0, 2,1, 2,2, d. h. eine Differenz von noch nicht 10 Bogensekunden ergaben.

Der zu untersuchende Draht wird mit seinem oberen Ende in eine centrale Durchbohrung des Zapfens eingekittet, mit dem unteren in einen oberen Fortsatz des Spiegelhalters. An letzterem befindet sich ferner ein horizontaler Arm, welcher in der Ruhelage frei steht, bei dem Umdrehen des Zeigers aber an einen verticalen Halter anstößt, den man dicht neben dem Arm festgestellt hat. Dadurch wird der untere Theil des Drahtes verhindert, der Drehung zu folgen.

Zur Beruhigung der Schwankungen diente ein unten angesetztes Messingblech von 2^m Durchmesser, welches in Oel tauchte. Vielleicht ist die Bemerkung von Nutzen, daß sich hierzu auch in niederen Temperaturen (wenigstens bis zu 0° herab) reines Knochenöl empfiehlt, während das Anfangs gebrauchte Olivenöl, obwohl beste Sorte, bei + 3° offenbar dickflüssig wurde und dann eine statische Reibung zeigte ¹⁾).

Der Apparat liefs sich natürlich durch Stellschrauben justiren und befand sich, der Luftströmungen wegen, unter einem sorgfältig verschlossenen Kasten mit Fenster aus Spiegelglas. Noch innerhalb desselben war der Spiegel auf drei Seiten gegen Strömungen geschützt und stand in der That sehr ruhig, sobald nach etwaigem Einheizen das in den Kasten gehängte Thermometer eine constante Temperatur anzeigte.

Das Ganze befand sich auf einem festen Wandstativ im dritten Stock des Senckenberg'schen Stiftungsgebäudes, eines Hauses mit sehr starken Mauern. Wenn, wie hier, viele Wagen das Pflaster passiren, so ist die Aufstellung in einem höheren Stockwerk einer solchen auf noch so gut fundamentirtem Steine vorzuziehen: die Erschütterungen

1) Bei dieser Gelegenheit muß ich einige frühere Bemerkungen (Bd. 119, S. 256) über den Einfluß von Erschütterungen auf die Ruhelage zurücknehmen. Denn da ganz ähnliche Erscheinungen sich hier zeigten, ebenfalls mit größter Regelmäßigkeit verlaufend, wenn in niederer Temperatur die Consistenz des Oeles größer geworden war, so ist auch wohl früher die nämliche Ursache vorhanden gewesen. Wenn ich nicht irre, bediente ich mich damals des gewöhnlichen Brennöles, dessen Beweglichkeit demnach auch in höherer Temperatur (im Sommer) nicht vollkommen zu seyn scheint. Vielleicht können ähnliche Versuche wie die a. a. O. mitgetheilten brauchbar seyn, um mit genauer bestimmten Verhältnissen, welche die Anwendung der Rechnung gestatten, manchen Aufschluß über die *Zähigkeit von Flüssigkeiten* zu erhalten. Durch Torsion oder besser bifilare Aufhängung kann man auf eine eintauchende Platte eine beliebige Kraft wirken lassen und Messungen über dynamischen und statischen Widerstand anstellen. Ganz verständlich ist mir an der Erscheinung noch nicht, wie Erschütterungen einen so regelmäßigen Einfluß nach derselben Seite haben können.

waren im Vergleich mit den früheren (im Göttinger physikalischen Institut) sehr gering.

Man konnte dem Draht durch Drehen des Zeigers eine beliebige Torsion mittheilen, sie eine bestimmte Zeit wirken lassen und dann aufheben. Die anfänglichen Schwankungen des Spiegels waren weit unbedeutender, als wenn, wie früher, der Spiegel gedreht und festgehalten und nach Verlauf der bestimmten Zeit losgelassen wurde. So ist diesmal, abgesehen davon, daß jede überflüssige Erschütterung vermieden wurde, der Fortschritt erreicht, bisweilen bereits nach 10" eine Beobachtung zu erhalten; und die erste Zeit ist in vieler Hinsicht die wichtigste.

Um bei dem Operiren mit dem Zeiger mechanisch erregte Luftströmungen zu vermeiden, ist die Oeffnung des Deckels nicht durch eine Klappe, sondern durch einen verschiebbaren Glasdeckel zu schliessen, welcher bei den Drehungen nur, so weit es nöthig ist, zur Seite bewegt wird.

Ich war leider in dem Falle, zum Ablesen ein Fernrohr mit Baumschraube anwenden zu müssen, welches, in das starke Stativ mit der Scale eingeschraubt, seine Zwecke beim Ablesen vollkommen erfüllte, aber bei Veränderungen der Temperatur kleine Verschiebungen zeigte, vielleicht hygroskopischen Ursprungs. Um sie zu eliminiren ist eine Mire in Form eines *festen Spiegels* an dem Wandstativ angebracht, in welcher sich die Scale gleichzeitig wie in dem beweglichen Spiegel beobachten läßt. Eine solche Vorrichtung, nach welcher die kleinen Correctionen leicht angebracht werden können, würde übrigens wegen der theilweise sehr langen Dauer einzelner Beobachtungsreihen (bis zu mehreren Monaten) in jedem Falle nothwendig gewesen seyn, weil auch ein Ablesungsfernrohr mit Stativ keine unveränderliche Axe garantirt. Sie empfiehlt sich für jede Scalenbeobachtung von längerer Dauer mehr als ein Strich an der Wand, weil letzterer einmal die doppelte Entfernung haben muß, sodann aber nach etwaigem Anstoßen an das Fernrohr eine erneuerte Einstellung und damit Zeitaufwand verlangt.

Die Temperaturschwankungen des Fernrohrs betragen höchstens einige Scalentheile, und zwar ziemlich regelmäßig sowohl nach der Gröfse als nach der Richtung. Da auf 1° R. ungefähr 0,2 Scalentheile kamen, so ist an einigen, ohne festen Spiegel beobachteten Reihen, um sie zu benutzen diese Correction angebracht. Eine zweite Correction verlangten die Theilungsfehler einer Anfangs gebrauchten Scale, welche durch Vergleichung mit einem gut getheilten Meterstabe bestimmt wurden.

Die Art, wie die Torsion hervorgebracht und aufgehoben wurde, ist schon erwähnt. Nur ist noch zu bemerken, daß um der Gleichmäßigkeit willen, da ein momentanes Drehen unzulässig ist, die Dauer desselben stets auf 2 Secunden festgestellt wurde, und zwar so, daß sowohl beim Tordiren wie beim Detordiren 1" vor der festgesetzten Zeit begonnen und 1" nach derselben geendigt wurde.

Eine Vorrichtung, um den Zeiger nachher festzustellen, etwa mit einer Schraube, würde zu sehr aufgehalten haben. Auch ohne eine solche zeigte der Zeiger, obwohl nach der einen Seite frei beweglich, eine sehr constante Stellung. Das Mittel aus den Aenderungen, welche sich, meistens nach dem Verlauf von Tagen, durch erneuertes Anlegen ergaben, ist kleiner als $\frac{1}{10}$ Scalentheil.

Die Ablesung selbst ist, so lange die Drehung hinreichend rasch war, also im Anfang, so vorgenommen, daß die Zeit des Durchgangs durch einen Theilstrich oder durch die Mitte des Scalentheils notirt wurde, weil das Schätzen von Bruchtheilen ungenauer ist und eine größere Anstrengung erfordert¹⁾.

Die Beobachtungen *in extenso* wiederzugeben, würde zu viel Raum in Anspruch nehmen, ist aber auch wegen

- 1) Nebenbei bemerkt, dürfte sich die elastische Nachwirkung sehr empfehlen, um die constanten Beobachtungsfehler bei diesem Schätzen kennen zu lernen oder sich abzugewöhnen. Denn die Drehung des Spiegels geht auch zu Zeiten, wo sie für die unmittelbare Anschauung verschwindet, äußerst regelmäßig vor sich. Es ist klar, wie man hierbei die Ablesungsfehler im Mittel leicht bestimmen kann. So fand ich, daß ich den Abstand vom nächsten Theilstrich in der Regel zu klein taxirte.

der fast ausnahmslosen vollkommenen Regelmäßigkeit nicht nothwendig. Daher werden nur für einzelne runde Zeiten die Ablenkungen angegeben werden, und zwar der Natur der Sache nach für solche, welche Anfangs näher, später weiter auseinander liegen. Diese Ablenkungen sind *graphisch* interpolirt, wobei ein Fehler von 0,1 Scalentheil selten entstanden seyn dürfte. Aus diesem Grunde werden auch Beobachtung und Rechnung auf Hundertel des Scalentheils angegeben werden.

Die Reduction der (natürlich von der Tangente auf den Bogen corrigirten) Scalentheile auf Bogenminuten erscheint zwecklos. Die Werthe müßten hierzu mit 0,706 multiplicirt werden. Anstatt dessen denkt man sich für den in Wirklichkeit 125^{mm} langen Draht einen gleichen von 177^{mm} Länge, die Torsionen mit 1,416 multiplicirt und darf dann, wie leicht einzusehen, die Scalentheile als Minuten nehmen.

(Fortsetzung im nächsten Heft.)

II. *Mineralogische Mittheilungen;* von Prof. G. vom Rath in Bonn.

(Fortsetzung IV.)¹⁾

Hierzu Taf. I.

15. Ein Beitrag zur Kenntniß des Axialits.

Einleitung.

Das Krystallsystem des Axinit's, als das ausgezeichnetste Beispiel unter den triklinödrischen Systemen, ist geeignet in besonders hohem Grade die Aufmerksamkeit des Krystallographen auf sich zu ziehen. Die so verschiedene Ausbildungsweise der Krystalle, namentlich derjenigen verschiedener Fundorte, verleiht den Versuchen, die Flächen

1) Diese Ann. Bd. CXXII, S. 371.

wiederzuerkennen, einen eigenthümlichen Reiz. Die tadellose Beschaffenheit der meisten Flächen erlaubt oft die genauesten Messungen, welche entscheiden könnten, in wiefern auch bei diesem unsymmetrischsten aller Systeme die Constanz der Kantenwinkel erhalten bleibt, oder nicht. Diese Messungen würden auch eine der anziehendsten Fragen der theoretischen Krystallographie zu einem gewissen Abschlusse bringen können, die Frage nämlich, ob das Axinitsystem auf genau rechtwinklige Axen bezogen werden könne, d. h. ob eine jede von drei auf einander senkrechten Coordinaten von den durch einen und denselben Punkt gelegten Axinitflächen in rationale Theile geschnitten würde. Hieran würde sich die Frage schliessen, ob die Zonen dieses Systems ein rationales Tangenten-Verhältniss besitzen oder nicht.

Die Mittel zu der folgenden Untersuchung, eine grosse Anzahl der ausgezeichnetsten Axinitkrystalle theils aus dem Dauphiné, theils aus Cornwall, stellte mir mit grosser Liberalität mein verehrter Schwiegervater, Geh. Rath G. Rose, zur Verfügung, wie auch Hr. Dr. Krantz die herrlichen Axinite seiner Sammlung in dankenswerther Weise mir zum Studium überliess.

Schon De Romé de l'Isle erwähnt unseres Minerals, ohne indess dessen eigenthümliche Natur zu erkennen. Er begreift dasselbe als *Schorl transparent lenticulaire terminé par six plans rhombes ou rhomboïdaux* ¹⁾ unter die schlecht umgrenzte Klasse der Schörle. De l'Isle erhielt das neue Mineral durch Schreiber, Grubendirector zu Allemont en Dauphiné, im Jahre 1781, nebst der brieflichen Mittheilung: „*C'est près de la balme d'Auris en Oïsan, que ces morceaux ont été trouvés dans la roche primitive feuilletée de M. de Saussure, dans des fentes ou gerçures où cette espèce de cristallisation est accompagnée de schorl vert, d'amiante et d'asbeste.*“ De l'Isle erwähnt der Streifen, womit die rhombischen oder rhomboïdischen Flächen der

1) *Cristallographie ou description des formes propres à tous les corps du regne minéral, T. II, p. 353.*

Krystalle bedeckt seyen, und hebt hervor, daß dieselben auf zwei Flächen eine parallele Richtung hätten, welche aber normal gegen den Lauf der Streifen auf der dritten Fläche stände.

Haüy¹⁾ unterschied den Axinit als eine besondere Gattung, der er von ihrer eigenthümlichen Zuschärfung »unten an der Facette *s*'' den Namen gab und ordnete sie neben den Turmalin, wenngleich er weder in dem einen noch in dem andern Mineral den Gehalt an Borsäure kannte. Folgende Flächen werden von ihm aufgeführt: *P*, *r*, *u*, *s*, *x*, *l*, *z*, *o*, denen er in der zweiten Auflage seines Werks noch die Fläche *M* [entsprechend unserem *m*] hinzugefügt zu haben scheint. Die Bestimmung der Grundform ist bei Haüy offenbar irrig, was bereits durch Neumann ausgesprochen wurde. Dem scharfsinnigen Begründer der Krystallographie ist hier irgend ein Irrthum widerfahren, dessen Ursprung jetzt schwierig sich möchte auffinden lassen. Die Angabe der Winkel weicht zum Theil so sehr von der Wahrheit ab, daß man nicht sowohl auf ungenaue Messungen als vielmehr auf Verwechslungen der Winkel schließen muß. Als Fundorte des Axinit führt Haüy außer dem Dauphiné noch auf: Barège in den Pyrenäen, Alençon, Thum in Sachsen, Kongsberg in Norwegen; und schließt die Betrachtung dieses Minerals mit den Worten: »Kein Mineral hat sich der Anwendung der Krystallisationsgesetze länger widersetzt, als der Axinit. Die Schwierigkeit, die Richtung der Blätterdurchgänge aufzufinden; die zahlreichen Streifen, womit die meisten Krystalle beladen sind; die kleinen Biegungen, wovon selbst die vollkommensten Flächen selten ganz frei sind; endlich die Beschaffenheit der Kerngestalt, die ich mit der Theorie nur dann vereinbaren konnte, wenn ich annahm, daß die Seiten der Grundflächen ungleich wären; alles dieß kommt zusammen, um ein so verwickeltes Problem zu bilden, das, auch auf tausendfache Weise gewendet, dennoch den Geist mit den Resultaten nicht völlig

1) Lehrbuch der Mineralogie, übers. von Karsten und Weifs, Bd. III, S. 25. (1806.)

befriedigt läßt«. Haüy stellte den Axinit in der Weise, daß r und u ein verticales rhomböisches Prisma, P eine steilgeneigte vordere doppeltschiefe Endfläche wurde.

Das größte Verdienst um die Kenntniss des Axinit-systems erwarb sich F. E. Neumann (1825) durch seinen, im IV. Bd. dieser Ann. veröffentlichten, für die gesammte Krystallographie wichtigen Aufsatz »über das Krystallsystem des Axinit«. Eine ansehnliche Zahl neuer Flächen wurden hier durch Ermittlung ihrer Zonen. bestimmt, nämlich v , y , w , σ [i], r' [e], n , c und m [q]. Neumann's Zusammenstellung weist siebzehn Flächen auf, sämmtlich durch Zonen unter einander verbunden. Er maß an ein und demselben Krystall sieben Winkel, von den fünf der Rechnung zu Grunde gelegt wurden. Obgleich Neumann nur mit einem gewöhnlichen Reflexionsgoniometer seine Messungen anstellte, so glaubte er dennoch, daß die Fehlergränzen innerhalb 1 Min. lägen. Um so bemerkenswerther ist Neumann's Ansicht, »daß mit dem äußersten Grade von Unsymmetrie, in welchem Systeme wie dasjenige des Axinit erscheinen, zugleich die Beständigkeit derselben Winkel an verschiedenen Krystallen ihr Minimum erreicht, denn die Unterschiede, die ich in denselben Neigungen an verschiedenen Krystallen hier gefunden, erreichen 16 Minuten.« Obgleich mehr als 40 Jahre seit dieser Aeußerung verstrichen sind, so hat sie doch nicht in dem Maasse die Aufmerksamkeit auf sich gezogen, daß sie durch neue Messungen bestätigt oder widerlegt worden wäre. Neumann veranschaulicht die Lage jener 17 Flächen durch die von ihm ersonnene Methode der Kugelprojection, welche mehrere Jahrzehnte später durch Miller eine allgemeinere Verbreitung fand. Einen höchst bemerkenswerthen Versuch machte endlich Neumann, jenes scheinbar gänzlich unsymmetrische System auf rechtwinklige Axen zu beziehen, wofür ihm die beinahe genau rechtwinklige Neigung von $P:M[m]$ den Anhalt gewährte. Indem er die Neigungen der Flächen unter Voraussetzung normaler Axen $a:b:c = \sqrt{51}:\sqrt{49}:\sqrt{1}$ berechnete, wies er nach, daß die Diffe-

renzen der gemessenen und der berechneten Kantenwinkel geringer seyen, als diejenigen der gemessenen unter einander. — Weiter unten werden wir nochmals die Aufgabe ins Auge fassen dem Axinit rechtwinklige Axen unterzulegen. — Lévy (*Description d'une collection de minéraux*, T. II 1837) wich von der durch Neumann gewählten Aufstellung ab, indem er aus P und u das verticale rhomboïdische Prisma bildete. Seine fast tadellosen Zeichnungen haben wohl vorzugsweise dieser Stellung die Aufnahme in die meisten Lehrbücher verschafft. Durch Lévy wurde zuerst die Ausbildungsweise der Krystalle von Botallak gezeichnet. — Mohs (*Leichtfassliche Anfangsgründe der Naturgesch. d. Mineralreichs*, bearb. von Zippe, 2. Aufl. 1839), stellte die Zone der Flächen P , r etc. vertical s. Fig. 20. In dieser Stellung ergibt sich eine von A. Breithaupt s. Fig. 21 (*Handb. d. Mineralogie* III. Th. 1847) hervorgehobene Analogie mit trikloinoëdrischen Feldspathspecies, nur mit dem Unterschiede, daß das verticale rhomboïdische Prisma des Axinits sich dem rechten Winkel, dasjenige der triklinen Feldspathe demjenigen von 120° nähert. Es entspricht nämlich die Fläche m beim Axinit der T beim Feldspath, ferner P , r , T [v] beim Axinit beziehungsweise l , M , P Feldspath.

Indefs auch, von den gänzlich verschiedenen Winkeln abgesehen, stellen sich auch bald Differenzen im Zonenzusammenhange ein¹⁾.

- 1) Späterer Zusatz. Das hier Angeführte ist, wie ich mich später überzeugt habe, nicht ganz richtig. Die erste Zeichnung der Cornwall'schen Axinitkrystalle hat schon Mohs gegeben in seinem Grundriß der Mineralogie, Dresden 1824 in der Fig. 85 seines Atlas. Es ist dieselbe, welche Breithaupt später in sein Handbuch der Mineralogie, Dresden 1847 Th. III Fig. 369 aufgenommen hat und welche als von Breithaupt herrührend in Fig. 21 Taf. I wiedergegeben ist. In der englischen Uebersetzung der Mohs'schen Mineralogie durch Haidinger wird ebenfalls diese Figur zusammen mit einer anderen in horizontaler Projection, die sich auch schon in Mohs's Grundriß findet, angeführt und hier auch schon der specielle Fundort Botallak genannt. In dem zweiten Theile der neuen deutschen Ausgabe von Mohs Mineralogie, Wien 1839, vom Prof. Zippe bearbeitet, ist die Figur selbst

Miller (*Introduction to Mineralogy*, 1852) hält Lévy's Aufstellung fest, die von ihm aufgeführten Flächen sind die von Neumann bereits angegebenen. — In Greg's und Lettsom's *Mineralogy of great Britain and Ireland* sind in Bezug auf den Axinit einige Irrungen zu verbessern. Die Verfasser sagen zwar in der Vorrede, daß die von ihnen im Texte und in den Figuren angewendeten Flächenzeichen genau dieselben seyen, wie die von Miller gebrauchten. Indefs entspricht die bei Greg und Lettsom mit y bezeichnete Fläche der Figuren nicht der gleichnamigen Fläche Miller's, sondern dem q dieses Autors. Sonderbarerweise findet sich dann aber die Miller'sche Winkelangabe für $v:y$ bei Greg und Lettsom wiederholt, statt daß der Werth von Miller's $v:q$ gesetzt werden müßte! Irrig sind ferner die Angaben $P:c = 113^\circ 15'$, $l:u = 153^\circ 25'$, $r:c = 85^\circ 40'$, $P:y = 96^\circ 32'$ (letzterer Werth entspricht weder dem $P:q$ noch dem $P:y$ Miller's). Die drei folgenden Kantenwinkel für y sind richtig. Unter den beigegeführten Figuren ist 3a S. 232 offenbar unrichtig: denn die Kante $x:y [q]$ kann derjenigen zwischen $s:x$ nicht parallel seyn: wohl aber müßte eine Kantenparallelität stattfinden zwischen $v:y:c$, welche in der Figur nicht statt hat.

Durch Des Cloizeaux wurde (*Manuel de Minéralogie* I, 515) 1862 die Zahl der bekannten Axinitflächen um einige vermehrt. Sein Schema weist nämlich außer den 17 Neumann'schen Flächen noch 4 auf, von denen indess nur eine einzige, β , (von Marignac aufgefunden) durch Zonenverband zu bestimmen ist, indem sie in die Zonen $m:y$ und $P:o$ (Neumann) fällt. Es ist dieß dieselbe Fläche, welche auch Hessenberg in seinen so ausgezeichneten Mineralogischen Notizen IV. Forts. 27, Fig. 23 aufführt; er entdeckte sie an einem Krystalle vom Scopi am Lukmanier, und nannte sie t . Auch ich habe jene Fläche selbständig an vielen Axiniten aufgefunden, und hatte sie

nicht aufgeführt, aber auf die Figur 159 des ersten Theils, welche dieselbe ist, verwiesen.

bereits mit dem Buchstaben f bezeichnet, als ich ihre Identität mit der durch Des Cloizeaux und Hessenberg entdeckten Fläche bemerkte. Des Cloizeaux's treffliches Werk enthält eine neue Berechnung des Axinit's auf Grund von fünf durch Marignac gemessenen Kanten. Diese sind: $P:u = 135^{\circ}26'$, $u:v = 147^{\circ}14'$, $P:r = 134^{\circ}48'$, $r:s = 143^{\circ}30'$, $r:u = 115^{\circ}30'$ [die Fläche r ist wegen ihrer Streifung selten einer sehr genauen Messung fähig!]. Diese Winkel weichen etwas von den bei Miller angegebenen ab: $135^{\circ}25'$, $147^{\circ}5'$, $134^{\circ}48'$, $143^{\circ}38'$, $115^{\circ}39'$. Des Cloizeaux vermehrte die Kenntniss unseres Minerals durch eine genaue Untersuchung seiner optischen Eigenschaften.

Um Des Cloizeaux's Angaben mit denjenigen des gegenwärtigen Aufsatzes vergleichen zu können, diene folgende Zusammenstellung:

m (Des Cl.)	$= P$	o^1 (Des Cl.)	$= i$
p	$= r$	f^1	$= s$
c^1	$= m$	i^1	$= x$
c^2	$= z$	γ	$= y$
c^3	$= e$	z	$= c$
h^1	$= l$	β	$= f$
t	$= u$	x	$= o$
g^1	$= v$	e^1	$= n$
2g	$= w$	δ	$= q$

Die drei in Des Cloizeaux's Schema durch Zonen nicht bestimmbar Flächen werden später zu erwähnen seyn.

Eine Untersuchung des pyroelektrischen Verhaltens des Axinit's verdankt man Riefs und G. Rose. Dafs der Axinit beim Erwärmen freie Elektricität zeige, scheint (nach einer Notiz bei Lévy, II, 114) zuerst Cypr. Prosp. Brard, Director der Gruben zu Savoz in Savoyen, später *Ingénieur en chef* zu Alais, † 1838, beobachtet zu haben. Lévy aber bestritt diese Thatsache: »*les essais qui ont été faits sur les cristaux violets et verts du département de l'Isère et sur ceux du Cornuailles, n'ont pas confirmé*

l'existence de cette propriété«. Die Untersuchung von Riefs und Rose ergab bekanntlich das merkwürdige Resultat, daß hier zwei elektrische Axen vorhanden sind, deren jede an ihren beiden Enden gleichnamige Elektrizität zeigt. G. Rose macht darauf aufmerksam, daß in Bezug auf das elektrische Verhalten die meist kleine Fläche n eine gewisse Wichtigkeit habe, da in ihr die antitropen Pole liegen. G. Rose hält an der Haüy'schen Aufstellung der Krystalle fest, welche in Fig. 19, einer Copie nach Rose, dargestellt ist.

Die genauere chemische Kenntniß des Axinites verdankt man Rammelsberg, nachdem A. Vogel darin die Borsäure zuerst aufgefunden hatte (v. Kobell, Gesch. der Min. S. 522).

Die neueste Darstellung des Axinitesystems von Quenstedt, Min. 2. Aufl., schließt sich an die Aufstellung Naumann's (Lehrb. d. Mineralogie 1828) an, der zufolge die Flächen P und u zu verticalen Hemiprismen, die Flächen r , x und e zu den drei vorhandenen Flächen einer triklinoëdrischen Pyramide werden. Diese Auffassung liefert gute Flächenausdrücke, doch einen sehr schiefen Winkel der Macro- und der Brachydiagonalaxe.

Stellung, Axen und Flächen.

Bei einem triklinoëdrischen, dem äußern Ansehen zufolge fast ganz unsymmetrischen Systeme, wie dasjenige des Axinites, verdient begreiflicher Weise keine Stellung einen unbedingten Vorzug vor einer anderen. Erwägt man indeß, daß bei den Dauphinéer Vorkommnissen gewöhnlich die Flächen r , u und P herrschen, von denen die letztere unter einem nahe gleichen Winkel auf r und u aufgesetzt ist, so muß man Haüy's Verfahren, die Flächen r und u als rhomboëdisches Prisma vertical zu stellen, billigen, wie es denn auch von G. Rose befolgt worden ist. Lévy's Aufstellung, P und u als verticales Prisma, wird gewöhnlich damit begründet, daß P und u parallel ihrer Combinationskante gestreift seyen, dieß ist indeß

keineswegs immer, nicht einmal gewöhnlich der Fall, kann also auch nicht sicher zur Orientirung dienen. Beständig gestreift unter jenen drei Flächen, ist nur r . In vorliegendem Aufsatz ist demnach r , u wieder als rhomboëdisches Prisma genommen worden. Nur glaubte ich darin von Häüy und G. Rose abweichen zu müssen, daß ich das von diesen Forschern nach oben gerichtete Ende abwärts kehrte. Der Anblick der Fig. 1 lehrt überzeugend den Vorzug der neuen Stellung. Denn das von Häüy nach oben gerichtete Ende zeigt vorne nur die Fläche P , bei mir aber finden sich x , y , o , g und f , resp. q oben und vorne. Nun muß es doch weit natürlicher erscheinen die Mehrzahl der Flächen an der oberen als an der unteren Krystallspitze zu betrachten. Wenngleich ich diese Stellung als die beste erachte, gebe ich mich doch nicht der Illusion hin, daß durch dieselbe die bisher gebräuchliche Aufstellung verdrängt werden würde, weshalb ich die Flächen auch auf die Naumann'sche Grundform beziehen werde.

Für die Wahl der Axen bietet sich im triklinödrischen Systeme ein weiter Spielraum dar. Als Axen können alle Linien dienen, welche von den Flächen, wenn sie durch einen und denselben Punkt gelegt werden, in rationalen Verhältnissen geschnitten werden. Dieser Bedingung genügen, wie A. T. Kupffer bewiesen (s. diese Annalen Bd. 8, S. 61 »über die Krystallisation des Kupfervitriols«) die Durchschnittslinien aller, sowohl der wirklich vorkommenden als auch der nur möglichen Flächen. Erwägt man nun, daß die wirklich am Axinit auftretenden Flächen sich in mehr als 100 (sämmtlich unter einander nicht parallelen) Linien schneiden, daß die Zahl der krystallographisch möglichen (d. h. durch vorhandene Zonen bestimmbar) Flächen eine unbeschränkte ist, so springt in die Augen, welche außerordentliche Mannichfaltigkeit von Axen sich uns darbietet; sowie auch, daß unter einer fast unendlich grossen Anzahl von Kantenlinien gewiß drei sich finden las-

sen, welche sehr nahe unter einem rechten Winkel sich schneiden.

Alle drei von mir gewählten Axenebenen treten als Krystallflächen auf, sie sind c , s und b . Letzteres ist eine neue Fläche, welche die scharfe Kante des rhomboëdischen Prismas ru abstumpft. Bezeichnen wir nun mit a die Längsaxe (Brachydiagonalaxe), mit b die Quer- (Makrodiagonalaxe) mit c die Verticalaxe, mit A die Kante der Axenebenen ab und ac (oder die Kante zwischen der Basis und dem brachydiagonalen Hauptschnitt) mit B die Kante der Axenebenen ab und bc (oder die Kante zwischen der Basis und dem makrodiagonalen Hauptschnitt) mit C die Kante der Axenebenen ab und bc (zwischen dem brachydiagonalen und dem makrodiagonalen Hauptschnitt) endlich, mit α den Winkel zwischen den Axen b und c , mit β denjenigen zwischen a und c , mit γ denjenigen zwischen a und b , und zwar alle Winkel im rechten oberen Quadranten, so erhalten wir das Längenverhältniß der Axen

$$a : b : c = 0,639300 : 1 : 0,512617.$$

$$A = 97^\circ 19' 26''. \quad B = 97^\circ 53' 56''. \quad C = 104^\circ 48' 57''$$

$$\alpha = 95^\circ 32' 1''. \quad \beta = 96^\circ 16' 35''. \quad \gamma = 104^\circ 1' 53''.$$

Auf diese Axen bezogen werden die Formeln der durch Zonen mit einander verbundenen Flächen folgende:

$s = (a : \infty b : \infty c); \infty \bar{P} \infty$	$i = (\frac{1}{3} a' : c : \infty b); 8, \bar{P} \infty$
$b = (b : \infty a : \infty c); \infty \bar{P} \infty$	$v = (a : \frac{1}{3} b : c); 3 \bar{P} \infty$
$c = (c : \infty a : \infty b); 0 P$	$w = (a' : \frac{1}{3} b : \frac{1}{3} c); \frac{1}{3}, \bar{P} 3$
$u = (a : b : \infty c); \infty P'$	$l = (\frac{1}{3} a' : \frac{1}{3} b' : c); 5 \bar{P}, \frac{1}{3}$
$r = (a : b' : \infty c); \infty P'$	$h = (\frac{1}{3} a' : \frac{1}{3} b' : \frac{1}{3} c); \frac{1}{3} \bar{P}, \frac{1}{3}$
$\delta = (a : \frac{1}{3} b' : \infty c); \infty \bar{P} 3$	$h^3 (1) = (\frac{1}{3} a' : \frac{1}{3} b' : c); 8 \bar{P}, \frac{1}{3}$
$x = (\frac{1}{3} a : c : \infty b); 4' \bar{P}' \infty$	$\beta = (\frac{1}{3} a' : \frac{1}{3} b' : \frac{1}{3} c); \frac{13}{3} \bar{P}, \frac{13}{3}$
$y = (a : c : \infty b); \bar{P}, \infty$	$z = (\frac{1}{3} a : \frac{1}{3} b' : 2c); 6' \bar{P}, \frac{3}{2}$
$P = (\frac{1}{3} a' : c : \infty b); 2, \bar{P} \infty$	$m = (a : \frac{1}{3} b' : c); 3' \bar{P} \infty$

1) Von Des Cloizeaux beobachtet.

$$\begin{aligned}
 e &= (a' : \frac{1}{3}b' : \frac{1}{3}c); \frac{3}{2}\bar{P}, 3 & n &= (a' : \frac{1}{3}b : 2c); 6, \bar{P}3 \\
 q &= (a : \frac{1}{3}b : \frac{1}{3}c); \frac{3}{4}\bar{P}, 3 & k &= (a' : \frac{1}{3}b : c); 3, \bar{P}3 \\
 o &= (a : \frac{1}{3}b' : \frac{1}{3}c); \frac{3}{4}\bar{P}3 & d &= (\frac{1}{3}a' : \frac{1}{3}b : c); 3, \bar{P}\frac{3}{2} \\
 f &= (a : b' : c); 'P & t &= (\frac{1}{3}a' : \frac{1}{3}b : \frac{1}{3}c); \frac{3}{4}, \bar{P}\frac{3}{2} \\
 g &= (a : \frac{2}{3}b' : c); \frac{3}{2}\bar{P}\frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

Nicht durch Zonen bestimmbar, und deshalb mit einiger Unsicherheit behaftet, stellen sich dar:

$$\alpha = (\frac{1}{11}a' : \frac{1}{3}b' : c); 11\bar{P}, \frac{11}{3} \quad h_2^2(1) = (\frac{1}{3}a' : \frac{1}{3}b' : 2c); 16\bar{P}, \frac{8}{3}$$

Für die durch Quenstedt adoptirte Naumann'sche Grundform, an welcher m die Basis, v das Brachypinakoid, l das Makropinakoid bilden, erhält man folgende Axenlängen:

$$a \text{ (Brachydiag.)} : b \text{ (Makrodiag.)} : c = 0,49266 : 1 : 0,45112$$

$$A = 82^\circ 9', 8 \quad B = 86^\circ 10', 8 \quad C = 131^\circ 39', 05$$

$$\alpha = 82^\circ 54', 35 \quad \beta = 88^\circ 8', 6 \quad \gamma = 131^\circ 32', 55$$

Die Flächenformeln sind nun folgende:

$$\begin{aligned}
 s &= (\frac{1}{3}a : c : \infty b); 2'\bar{P}\infty & i &= (\frac{1}{3}a : b' : c); 3, \bar{P}3 \\
 b &= (\frac{1}{2}b' : c : \infty a); 2'\bar{P}\infty & v &= (b' : \infty a : \infty c); \infty \bar{P}\infty \\
 c &= (a' : \frac{1}{3}b : c); 3, \bar{P}3 & w &= (a : \frac{1}{3}b' : \infty c); \infty \bar{P}3 \\
 u &= (a : b : \infty c); \infty P' & l &= (a : \infty b : \infty c); \infty \bar{P}\infty \\
 r &= (a : b' : c); 'P & h &= (\frac{1}{3}a : b' : \infty c); \infty \bar{P}3 \\
 \delta &= (2a : \frac{2}{3}b' : c); \frac{3}{2}\bar{P}3 & h^2 &= (\frac{1}{3}a : \frac{4}{3}b : \infty c); 2\bar{P}\frac{3}{2} \\
 x &= (a : b : c); P & \beta &= (\frac{1}{3}a : b : \infty c); \infty \bar{P}'5 \\
 y &= (\frac{1}{2}b : c : \infty a); 2'\bar{P}'\infty & z &= (2a : 2b' : c); 2'P \\
 P &= (a : b' : \infty c); \infty P & m &= (c : \infty a : \infty b); 0P
 \end{aligned}$$

1) Von Des Cloiseaux beobachtet. Derselbe führt noch eine Fläche c^5 , eine Abstumpfung zwischen den Flächen r und m auf. Unter Zugrundelegung der Des Cloiseaux'schen Winkelangaben gelingt es mir nicht für c^5 eine annehmbare Formel zu finden. Jene Winkel fallen zwischen diejenigen, welche sich ergeben würden für die beiden folgenden Flächen $(\frac{1}{2}a : \frac{1}{3}b' : 2c)$ und $(\frac{1}{3}a : \frac{1}{3}b' : 2c)$. Unter Annahme der ersteren dieser Formeln für die Fläche c^5 würde sich eine Zone $h_2^2 : c^5 : s$ ergeben.

$$\begin{array}{ll}
 e = (a' : b : c); \quad P & n = (a : \frac{1}{3}b' : c); \quad 3'\bar{P}3 \\
 q = (a' : \frac{1}{2}b : c); \quad 5, \bar{P}5 & k = (\frac{1}{2}a : \frac{1}{6}b' : c); \quad 6'\bar{P}3 \\
 o = (2a' : \frac{2}{3}b : c); \quad \frac{2}{3}, \bar{P}3 & d = (\frac{1}{4}a : \frac{1}{4}b' : c); \quad 4'\bar{P}2 \\
 f = (b : c : \infty a); \quad \bar{P}\infty & t = (\frac{1}{3}a : \frac{1}{3}b' : c); \quad 7'\bar{P}\frac{1}{2} \\
 g = (\frac{2}{3}b : c : \infty a); \quad \frac{2}{3}, \bar{P}\infty
 \end{array}$$

Berechnung.

Zur Bestimmung der Axen-Elemente eines trikloinoëdrischen Krystalls ist bekanntlich die Messung von fünf Kanten erforderlich, unter denen keine parallelen seyn dürfen. Dieselben wurden an ein und demselben ausgezeichnetsten Krystalle (etwa 1 Linie groß, eine Combination der Flächen $u, r, P, s, x, y, v, w, l, h, z, m, e$ und o) von dem gewöhnlichen Dauphinéer Typus, s. Fig. 1¹) gemessen. In dem Octaëdre gebildet durch die Flächen s, x, o, u wurden mittelst eines Mitscherlich'schen Goniometers, welches mit einem Ocular- und einem Objectiv-Fernrohr versehen war, gefunden:

$$o : u = 94^{\circ} 22'. \quad o : x = 118^{\circ} 9'. \quad s : u = 152^{\circ} 3'.$$

$$s : x = 163^{\circ} 53'. \quad u : x = 149^{\circ} 27'.$$

Da durch diese Messungen die gegenseitige Lage der Flächen fest bestimmt ist, so konnte der sechste Winkel eine Gewähr für die Genauigkeit der Messungen geben.

Durch Rechnung fand ich die Kante $o : s = 103^{\circ} 16' 55''$

Durch Messung $= 103^{\circ} 17'$

Bei der Berechnung des Axinitsystems leistet die nach Quenstedt's Methode entworfene Linearprojection, siehe Fig. 20, vortreffliche Dienste. Dieselbe stellt die Sectionslinien sämtlicher Flächen mit der Fläche s (dem Makropinakoide) dar, welche demnach mit der Ebene des Papiers

1) In diese Figur (eine gerade Projection, in welcher die Fläche c zu einer Linie verkürzt erscheinen würde, indem der Krystall in der Richtung der Brachydiagonalaxe betrachtet wird) sind fast alle an den Dauphinéer Krystallen beobachteten Flächen eingezeichnet. Die Figuren 2 und 3 stellen denselben Krystall in andern geraden Projectionen dar.

zusammenfallend, in der Zeichnung nicht erscheint. Diese Projection muß man sich bei der Berechnung stets körperlich vorstellen. Der Weg, welchen meine Rechnung nahm, ist folgender: In dem körperlichen Dreieck sux , dessen drei Kantenwinkel gegeben, wird der ebene Winkel auf s berechnet, gleich dem Winkel zwischen den Axen b und $c(\alpha)$. Das körperliche Dreieck oux , dessen Kanten gleichfalls gegeben sind, liefert den ebenen Winkel auf u . Man geht nun über zu dem in der Fläche u liegenden ebenen Dreieck, begränzt durch die Kanten $\frac{u}{o}$, $\frac{u}{s}$ und $\frac{u}{x}$, dessen drei ebene Winkel man alsbald findet. Daraus aber ergibt sich ferner der ebene Winkel auf s zwischen den Sectionslinien $\frac{o}{s}$ und $\frac{u}{s}$. Man kennt demnach die drei Winkel des in der Projectionsebene (s) liegenden, von den Sectionslinien o , u und x umschlossenen Dreiecks, und kann das Verhältniß der Seiten desselben ermitteln. Diefes liefert unter Berücksichtigung der Flächenformeln die Dimensionen der Axen $b:c$. Man kann nun die Seiten und Winkel des in der Fläche u liegenden ebenen Dreiecks ermitteln, welches von den Sectionslinien $\frac{c}{u}$, $\frac{y}{u}$ und $\frac{s}{u}$ umschlossen wird. Es folgt die Berechnung der Kante $s:c = B$, und des dieser Kante im körperlichen Dreieck csu anliegenden ebenen Winkels; mit Hülfe dessen man fortschreitet zu dem in der Fläche c liegenden ebenen Dreieck, welches umschlossen wird von den Axen a und b , sowie der Sectionslinie $\frac{c}{u}$ und den Winkel γ findet. Nun kann man leicht das durch die drei Axenebenen gebildete körperliche Dreieck berechnen, welches die noch fehlenden Axenelemente α , β , A , C liefert.

Um das Aufsuchen der Winkel unter der großen Zahl der von mir berechneten zu erleichtern, habe ich dieselben in einer zweifachen Weise geordnet: I alphabetisch, II nach der Gröfse der Winkel. Sucht man den Werth einer Kante, so ergibt denselben sogleich die Columne I, hat man am Axinite einen Winkel gemessen und will wissen, welche Flächen denselben bilden, so lehrt die Co-

lumne II. Noch ist zu bemerken, daß alle folgenden Winkelangaben sich auf die in der Fig. 1 nach vorne gewandten Flächen beziehen, daß also z. B. die Neigung $u:w$ über P angegeben ist¹⁾. Die Neigungen von c gelten für die an oberen Ende des Krystalls, diejenigen von b für die auf der linken Seite des Krystalls auftretende Fläche.

I	II
$b : c = 82^{\circ} 40',55$	$\beta : l = 176^{\circ} 1',45$
$b : d = 125 \ 46$	$h^a : l = 173 \ 39,15$
$b : \delta = 149 \ 47,4$	$h : l = 172 \ 6,25$
$b : e = 126 \ 41,4$	$i : s = 171 \ 15,65$
$b : k = 141 \ 10,45$	$h^a : u = 170 \ 46,75$
$b : m = 132 \ 47,35$	$f : g = 169 \ 22,9$
$b : n = 148 \ 4,9$	$\beta : u = 168 \ 24,45$
$b : o = 101 \ 42,05$	$d : t = 168 \ 13,2$
$b : P = 80 \ 38,35$	$k : t = 166 \ 10,95$
$b : r = 111 \ 35,9$	$k : n = 165 \ 51,25$
$b : s = 75 \ 11,05$	$l : u = 164 \ 25,95$
$b : u = 132 \ 45,95$	$s : x = 163 \ 53$
$b : w = 128 \ 15,05$	$k : w = 161 \ 40,25$
$b : x = 74 \ 14,65$	$r : z = 161 \ 39,25$
$b : z = 122 \ 26,05$	$i : l = 161 \ 6,1$
$\beta : l = 176 \ 1,45$	$t : w = 159 \ 59,35$
$\beta : P = 147 \ 6,75$	$h : P = 158 \ 59$
$\beta : s = 157 \ 33,65$	$d : k = 158 \ 46,9$
$\beta : u = 168 \ 24,45$	$l : s = 158 \ 23,05$
$c : d = 116 \ 22,65$	$c : o = 158 \ 2,35$
$c : e = 131 \ 8,55$	$h : s = 157 \ 59,5$
$c : f = 140 \ 45,8$	$f : y = 157 \ 50,65$
$c : g = 135 \ 51,9$	$d : n = 157 \ 41,1$
$c : k = 124 \ 35,45$	$\beta : s = 157 \ 33,65$
$c : m = 120 \ 2,5$	$h^a : s = 156 \ 46,35$
$c : n = 110 \ 26,7$	$h : u = 156 \ 32,2$
$c : o = 158 \ 2,35$	$c : q = 155 \ 54,15$
$c : P = 115 \ 24,1$	$g : m = 155 \ 48,5$

1) Sollte man deshalb in der Columnne II irgend einen gemessenen Winkel nicht finden, so suche man sein Complement.

I

$c : q =$	155° 54',15
$c : r =$	93 5,45
$c : s =$	97 53,95
$c : u =$	99 33,9
$c : v =$	124 15
$c : w =$	142 55,2
$c : x =$	114 0,95
$c : y =$	143 47,7
$c : z =$	104 57,7
$d : k =$	158 46,9
$d : n =$	157 41,1
$d : P =$	134 52,7
$d : q =$	118 54,05
$d : r =$	147 29,5
$d : s =$	120 14,6
$d : t =$	168 13,2
$d : v =$	114 2,1
$d : w =$	148 12,55
$d : y =$	88 45,25
$\delta : r =$	141 48,5
$\delta : s =$	105 23,65
$\delta : u =$	102 33,35
$\delta : v =$	58 10,55
$\delta : z =$	146 47,1
$e : g =$	125 42,05
$e : h =$	133 47,4
$e : m =$	135 15,1
$e : o =$	140 46,9
$e : P =$	134 40,55
$e : r =$	89 25,8
$e : s =$	111 46,9
$e : u =$	124 51,1
$e : y =$	104 48,9
$e : z =$	71 4,85
$f : g =$	169 22,9
$f : m =$	145 11,4

II

$i : P =$	155° 26',3
$f : o =$	154 54
$g : o =$	154 44,7
$m : z =$	153 40,05
$q : y =$	152 20,65
$s : u =$	152 3
$l : P =$	151 5,3
$x : y =$	150 13,2
$b : \delta =$	149 47,4
$u : x =$	149 27
$g : z =$	149 6,15
$q : v =$	148 20,85
$d : w =$	148 12,55
$b : n =$	148 4,9
$n : w =$	147 31,5
$d : r =$	147 29,5
$g : y =$	147 13,55
$u : v =$	147 13,1
$\beta : P =$	147 6,75
$\delta : z =$	146 47,1
$P : s =$	146 41,95
$f : m =$	145 11,4
$o : y =$	144 2
$c : y =$	143 47,7
$r : s =$	143 35,15
$i : r =$	143 31,4
$c : \omega =$	142 55,2
$f : z =$	142 24
$m : o =$	142 0,15
$\delta : r =$	141 48,5
$f : x =$	141 20,4
$b : k =$	141 10,45
$e : o =$	140 46,9
$c : f =$	140 45,8
$r : x =$	139 13,25
$v : y =$	139 7,75

I

$f : o = 154^{\circ} 54'$
$f : P = 97 \ 22,15$
$f : r = 132 \ 19,65$
$f : s = 127 \ 41,15$
$f : v = 116 \ 58,4$
$f : x = 141 \ 20,4$
$f : y = 157 \ 50,65$
$f : z = 142 \ 24$
$g : m = 155 \ 48,5$
$g : o = 154 \ 44,7$
$g : P = 95 \ 18,35$
$g : r = 135 \ 27,95$
$g : s = 122 \ 31,1$
$g : v = 106 \ 21,3$
$g : w = 100 \ 47,65$
$g : x = 134 \ 10,5$
$g : y = 147 \ 13,55$
$g : z = 149 \ 6,15$
$h : l = 172 \ 6,25$
$h : P = 158 \ 59$
$h : s = 157 \ 59,5$
$h : u = 156 \ 32,2$
$h^2 : l = 173 \ 39,15$
$h^2 : s = 156 \ 46,35$
$h^2 : u = 170^{\circ} 46,75$
$i : l = 161 \ 6,1$
$i : P = 155 \ 26,3$
$i : r = 143 \ 31,4$
$i : s = 171 \ 15,65$
$k : n = 165 \ 51,25$
$k : P = 116 \ 40,3$
$k : s = 98 \ 27,7$
$k : t = 166 \ 10,95$
$k : w = 161 \ 40,25$
$l : m = 86 \ 10,8$
$l : P = 151 \ 5,3$

II

$n : s = 137^{\circ} 44,95$
$n : r = 136 \ 12,05$
$e : g = 135 \ 51,9$
$r : t = 135 \ 42,7$
$P : u = 135 \ 31,2$
$g : r = 135 \ 27,95$
$m : r = 135 \ 19,25$
$e : m = 135 \ 15,1$
$d : P = 134 \ 52,7$
$P : r = 134 \ 43,1$
$e : P = 134 \ 40,55$
$g : x = 134 \ 10,5$
$v : x = 134 \ 7,1$
$s : y = 134 \ 6,2$
$e : h = 133 \ 47,4$
$b : m = 132 \ 47,35$
$b : u = 132 \ 45,95$
$f : r = 132 \ 19,45$
$x : s = 131 \ 48,6$
$l : v = 131 \ 39,05$
$c : e = 131 \ 8,55$
$P : x = 130 \ 54,95$
$P : t = 130 \ 29,3$
$u : y = 130 \ 20$
$s : s = 130 \ 7,5$
$m : n = 129 \ 30,8$
$b : w = 128 \ 15,05$
$f : s = 127 \ 41,15$
$q : x = 127 \ 1,6$
$b : e = 126 \ 41,4$
$b : d = 125 \ 46$
$s : v = 125 \ 43,3$
$e : g = 125 \ 42,05$
$y : s = 124 \ 51,2$
$e : u = 124 \ 51,1$
$o : s = 124 \ 48,3$

I

$l : r = 124^{\circ} 37,5$
$l : s = 158 \ 23,05$
$l : u = 164 \ 25,95$
$l : v = 131 \ 39,05$
$l : w = 90 \ 36,35$
$l : z = 109 \ 10,94$
$m : n = 129 \ 30,8$
$m : o = 142 \ 0,15$
$m : P = 90 \ 4,35$
$m : q = 104 \ 30$
$m : r = 135 \ 19,25$
$m : s = 107 \ 47,75$
$m : u = 84 \ 26,2$
$m : v = 82 \ 9,8$
$m : w = 97 \ 2,3$
$m : x = 114 \ 59,2$
$m : y = 123 \ 2,05$
$m : z = 153 \ 40,05$
$n : P = 112 \ 33,8$
$n : q = 122 \ 50,2$
$n : r = 136 \ 12,95$
$n : s = 102 \ 2,2$
$n : u = 104 \ 38,35$
$n : v = 49 \ 32,4$
$n : w = 147 \ 31,5$
$n : x = 95 \ 25,3$
$n : z = 137 \ 44,95$
$o : P = 72 \ 16,15$
$o : r = 110 \ 12,7$
$o : s = 103 \ 16,9$
$o : u = 94 \ 22$
$o : v = 109 \ 57,35$
$o : w = 59 \ 2,45$
$o : x = 118 \ 9$
$o : y = 144 \ 2,05$
$o : z = 124 \ 48,3$

II

$l : r = 124^{\circ} 37,5$
$c : k = 124 \ 35,45$
$c : v = 124 \ 15$
$m : y = 123 \ 2,05$
$n : q = 122 \ 50,2$
$g : s = 122 \ 31,1$
$b : z = 122 \ 26,05$
$r : y = 121 \ 15,8$
$d : s = 120 \ 14,6$
$c : m = 120 \ 2,5$
$P : w = 119 \ 31,05$
$d : q = 118 \ 54,05$
$o : x = 118 \ 9$
$f : v = 116 \ 58,4$
$k : P = 116 \ 40,3$
$P : s = 116 \ 24,35$
$c : d = 116 \ 22,65$
$r : w = 115 \ 42,05$
$r : u = 115 \ 38,15$
$c : P = 115 \ 24,1$
$m : x = 114 \ 59,2$
$d : v = 114 \ 2,1$
$c : x = 114 \ 0,95$
$n : P = 112 \ 33,8$
$q : s = 112 \ 3,6$
$e : z = 111 \ 46,9$
$b : r = 111 \ 35,9$
$c : n = 110 \ 26,7$
$s : t = 110 \ 24,35$
$o : r = 110 \ 12,7$
$o : v = 109 \ 57,35$
$l : z = 109 \ 10,95$
$m : s = 107 \ 47,75$
$g : n = 106 \ 21,3$
$\delta : q = 105 \ 23,65$
$c : s = 104 \ 57,7$

I

$P:q = 80^{\circ} 35',5$
$P:r = 134 \ 45,1$
$P:s = 146 \ 41,95$
$P:t = 130 \ 29,3$
$P:u = 135 \ 31,2$
$P:v = 102 \ 44,3$
$P:w = 119 \ 31,05$
$P:x = 130 \ 34,95$
$P:y = 100 \ 48,2$
$P:z = 116 \ 24,35$
$q:r = 93 \ 36,45$
$q:s = 112 \ 3,6$
$q:v = 148 \ 20,85$
$q:w = 29 \ 18,5$
$q:y = 152 \ 20,65$
$q:x = 127 \ 1,6$
$r:s = 143 \ 35,15$
$r:t = 135 \ 42,7$
$r:u = 115 \ 38,15$
$r:v = 93 \ 20,35$
$r:w = 115 \ 42,05$
$r:x = 139 \ 13,25$
$r:y = 121 \ 15,8$
$r:z = 161 \ 39,25$
$s:t = 110 \ 24,35$
$s:u = 152 \ 3$
$s:v = 125 \ 43,3$
$s:w = 93 \ 11,45$
$s:x = 163 \ 53$
$s:y = 134 \ 6,05$
$s:z = 130 \ 7,5$
$t:y = 76 \ 58,45$
$t:w = 159 \ 59,35$
$u:v = 147 \ 13,1$
$u:w = 75 \ 2,25$
$u:x = 149 \ 27$

II

$e:y = 104^{\circ} 48',9$
$n:u = 104 \ 38,35$
$m:q = 104 \ 30$
$o:s = 103 \ 16,9$
$P:v = 102 \ 44,3$
$\delta:u = 102 \ 33,35$
$n:s = 102 \ 2,2$
$b:o = 101 \ 42,05$
$P:y = 100 \ 48,2$
$g:w = 100 \ 47,65$
$e:u = 99 \ 33,9$
$k:s = 98 \ 27,7$
$c:s = 97 \ 53,95$
$f:P = 97 \ 22,15$
$m:w = 97 \ 2,3$
$n:x = 95 \ 25,3$
$g:P = 95 \ 18,35$
$o:u = 94 \ 22$
$q:r = 93 \ 36,45$
$r:v = 93 \ 20,35$
$s:w = 93 \ 11,45$
$c:r = 93 \ 5,45$
$v:z = 91 \ 23,45$
$l:w = 90 \ 36,35$
$m:P = 90 \ 4,35$
$e:r = 89 \ 25,8$
$d:y = 88 \ 45,25$
$l:m = 86 \ 10,8$
$m:u = 84 \ 26,2$
$b:o = 82 \ 40,55$
$m:v = 82 \ 9,8$
$b:P = 80 \ 38,35$
$P:q = 80 \ 35,5$
$w:x = 80 \ 4,85$
$t:y = 76 \ 58,45$
$b:s = 75 \ 11,05$

I	II.
$u : y = 130^{\circ} 20'$	$u : w = 75^{\circ} 2', 25$
$v : w = 42 \ 15,35$	$b : x = 74 \ 14,65$
$v : x = 134 \ 7,1$	$o : P = 72 \ 16,15$
$v : y = 139 \ 7,75$	$e : s = 71 \ 4,85$
$v : z = 91 \ 23,45$	$o : w = 59 \ 2,45$
$w : x = 80 \ 4,85$	$\delta : v = 58 \ 10,55$
$w : y = 56 \ 57,8$	$w : y = 56 \ 57,8$
$x : y = 150 \ 13,25$	$n : v = 49 \ 32,4$
$x : z = 131 \ 48,6$	$v : w = 42 \ 15,35$
$y : z = 124 \ 51,2$	$q : w = 29 \ 18,5$

Für die durch Zonen nicht bestimmbaren Flächen α und h_2^2 ergeben sich folgende Kantenwinkel

$\alpha : \beta = 174^{\circ} 56', 5$	$\alpha : s = 155^{\circ} 38', 6$
$\alpha : l = 170 \ 57,95$	$\alpha : u = 173 \ 28$
$\alpha : P = 142 \ 3,2$	$h_2^2 : P = 139 \ 54,8$
$h_2^2 : s = 154 \ 35,15$	$h_2^2 : u = 175 \ 36,4 \ ').$

Zonen.

In keinem andern Systeme ist die Verfolgung der Zonen von solcher Wichtigkeit wie in dem triklinödrischen. Denn hier, wo eine wahre Symmetrie und homologe Flächen nicht mehr existiren, unterscheidet sich die Krystallform von irgend einem ganz unregelmäßigen Polyedron nur noch durch den Zonenverband. Diesen zu verfolgen und aufzufassen ist hier besonders anziehend und lohnt die schwierige Entwirrung der zahlreichen Flächen. Um die Zonen-Verhältnisse des Axinits zu deduciren, gehen wir von irgend einem Octaëdre aus, als welches sich im Hinblick auf Fig. 1 sowie auf die Linearprojection Fig. 20 am meisten der Flächencomplex *Prux* empfiehlt. Bedienen

- 1) Wenn man für die Des Cloizeaux'sche Fläche c^3 die Formel ($\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}b' : 2c$) annimmt, so beträgt die Kante $c^3 : r = 173^{\circ} 10', 45$; wenn indefs $c^3 = (\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}b' : 2c)$, so folgt $c^3 : r = 174^{\circ} 6', 45$. Denselben Winkel berechnet Des Cloizeaux $= 173^{\circ} 41'$, während Marignac's Messung ergab 174° , weshalb die letztern der beiden genannten Flächenformeln wohl die richtigere ist.

wir uns nun der Methode und Ausdrucksweise von Quenstedt in seiner vortrefflichen leider schon lange vergriffenen Krystallographie (Tübingen 1840), so ergeben sich zunächst zu jenem Octaëdre die drei zugehörigen Hexaëdrflächen s , v , m . Die Projectionslinien der Dodecaëdrflächen erhält man bekanntlich, indem man die Hexaëdrkantenpunkte mit den Octaëdrkantenpunkten verbindet. Von den so sich ergebenden Flächen sind indeß beim Axinit nur drei, also nur die Hälfte vorhanden l , y , b . Dieß wird vollkommen klar durch die Fig. 20. Denn wenn die Flächen $Prux$ zum Octaëdre werden, so ist $m = \text{Axe } a$, $v = \text{Axe } b$, und wir erhalten die Formeln des Octaëdres: $P = (a:b:c)$, $r = (a:b':c)$, $u = (a':b:c)$, $x = (a':b':c)$; ferner die Formeln des Hexaëdres $s = (c:\infty a:\infty b)$, $m = (b:\infty a:\infty c)$, $v = (a:\infty b:\infty c)$, und endlich die Formeln des Dodecaëdres $l = (b:c:\infty a)$, $y = (a:b:\infty c)$, $b = (a:b':\infty c)$.

Der nächstfolgende Deductionskörper ist das Icositetraëdr mit der Formel $(a:b:\frac{1}{2}c)$, dessen Projectionslinien sich ergeben durch Verbindung der Dodecaëdr- mit den Octaëdrkantenpunkten. Ziehen wir in unserer Figur die zwölf der eben ausgesprochenen Bedingung entsprechenden Linien, so ergibt sich sofort, daß keine der durch dieselben dargestellten Flächen am Axinit vorhanden. Statt der Flächen dieses dem Leucitoëder vergleichbaren Icositetraëdres sind indeß mehrere Flächen eines zweiten, dem Leucitoëder vergleichbaren Icositetraëdre vorhanden, deren Projectionen sich darstellen durch die Verbindungslinien der Octaëdrdiagonalzonenpunkte mit den Octaëdrkantenzonenpunkten. Von den zwölf zugehörigen Flächen sind fünf vorhanden, nämlich $w = (\frac{1}{2}a:b:c)$, $s = (a:\frac{1}{2}b':c)$, $e = (a:\frac{1}{2}b:c)$, $n = (\frac{1}{2}a:b':c)$, $i = (3a:3b:c)$.

In unserer Flächendeduction gelangen wir nun zu dem Tetrakishexaëdre $(a:\frac{1}{2}b:\infty c)$, dessen Projectionslinien wir erhalten durch Verbindung der Octaëdrdiagonalzonenpunkte mit den Hexaëdrkantenzonenpunkten. Zieht man die zwölf dieser Bedingung entsprechenden Linien, so bemerken wir, daß nur zwei derselben am Axinite vorhanden sind, nämlich $d = (\frac{1}{2}a:c:\infty b)$ und $f = (a:\frac{1}{2}b:\infty c)$.

Auch die übrigen Flächen des Axinits lassen sich nach denselben Gesetzen deduciren, welche gelten für die Ableitung der regulären Körper, nämlich durch Verbindung von Zonenpunkten, welche in der Projectionsfigur der bisher genannten Körper noch nicht verbunden waren. So finden wir zwei Flächen, welche einem zweiten Tetrakishexaëdre entsprechen: $g = (a : \frac{1}{3}b : \infty c)$ und $h = (\frac{1}{3}a : c : \infty b)$; vier Flächen eines Triakisoctaëdres: $c = (\frac{1}{3}a : \frac{1}{3}b : c)$, $\delta = (\frac{1}{3}a : \frac{1}{3}b' : c)$, $h = (3a : b : c)$, $h^2 = (b : 3a' : c)$, dann eine einzelne Fläche eines zweiten Triakisoctaëdres $\beta = (5a' : b : c)$. Die nun noch bleibenden drei Flächen gehören zweien Formen von Hexakisoctaëdren an, nämlich $o = \frac{1}{3}a : \frac{1}{3}b : c$ und $q = (\frac{1}{3}a : \frac{1}{3}b : c)$; endlich $t = (\frac{2}{3}a : 3b : c)$.

So ergibt sich, daß man am Axinit die Flächen nach einander deduciren kann wie die sieben Körper des regulären Systems. Die in vorstehender Betrachtung gewonnenen Formeln zeichnen sich durch ihre Einfachheit aus, und würden vor allen anderen den Vorzug verdienen, wenn dieß allein den Ausschlag bei der Wahl der Grundform geben dürfte. Um zu diesen neuen Flächenausdrücken zu gelangen, sind wir zu neuen Axen in der Weise übergegangen, daß die Sectionslinie $m : s$ zur Axe a (Brachydiagonalaxe), die Sectionslinie $v : s$ zur Axe b (Makrodiagonalaxe), und die Zonenaxe $v : m : y$ zur Axe c (Verticalaxe) wurden. Indem die Flächenformeln nun wieder einfache Werthe annehmen, offenbart sich folgendes geometrisches Gesetz: Wenn zwei Coordinaten a und b von einer beliebigen Anzahl Linien in der Weise geschnitten werden, daß die Coordinaten-Schnitte $\alpha, \alpha', \alpha''$ etc. einerseits und β, β', β'' etc. andererseits sich verhalten wie rationale Zahlen, so wird auch jede dieser Linien von allen anderen in rationalen Entfernungen geschnitten.

In Bezug auf die Linearprojection Fig. 20 mag hier noch erwähnt werden, daß die zu beiden Seiten der Axenebene ae (des Brachypinakoids) symmetrisch liegenden Flächen, denen also eine homologe Formel zukommt, mit stär-

keren Linien dargestellt sind, als die unsymmetrisch liegenden.

Ausbildung der Krystalle und Beschaffenheit der Flächen.

Zu den vorliegenden Untersuchungen, welche keine vollständige Monographie des Axinitis darstellen sollen, haben namentlich gedient die Vorkommnisse aus dem Dauphiné und von Botallack in Cornwall. Die Krystalle beider Fundorte haben ein recht verschiedenes Aussehen. Man kann schon einige Uebung erlangt haben im Auffassen der wechselnden Ausbildung der Krystalle vom Dauphiné, und muß dennoch, um zum Verständniß der Botallacker Krystalle zu gelangen, mit neuen Schwierigkeiten kämpfen. Der Axinit hat eine sehr deutliche Spaltbarkeit parallel der Fläche v , alle anderen sind sehr undeutlich und nur zuweilen an den Krystallen durch einen inneren Lichtreflex wahrnehmbar.

I. Die Krystalle vom Dauphiné sind nicht gleich in ihrer Ausbildung; theils herrschen nämlich die Flächen Pru , so daß die allgemeine Form ein triklinooëdrisches Hexaëd darstellt, theils herrscht die Fläche r und die Krystalle sind mehr oder weniger tafelförmig. Diese beiden Typen sind indeß durch Uebergänge mit einander verbunden. Außer diesen drei Flächen beobachtete ich an Dauphinéer Krystallen folgende: $s, a, x, y, i, v, w, l, h, h^2, \alpha, \beta, z, m, e, o, f, g, n, k, d, t$. Als negatives Merkmal ist namentlich hervorzuheben das vollständige Fehlen der Fläche q ; c ist selten und klein. Auch δ und b kommen an Dauphinéer Krystallen nicht vor. Da die Krystalle stets aufgewachsen sind, so hat man nur selten Gelegenheit, an ein und demselben Krystalle das obere und das untere Ende s. Fig. 1 zu sehen. Das obere Ende ist dadurch gekennzeichnet, daß wenn die heilförmig zuschärfende Fläche x aufwärts gewandt ist, u zur Rechten von s liegt, das untere dadurch, daß bei aufwärts gewandtem x die Fläche u zur Linken von s liegt. Von den treu nach der Natur gezeichneten Dauphinéer Krystallen, Figuren 4, 5, 6, 7, 9, 10 stellen demnach 4, 5, 6, 7, 10 obere Hälften dar, 9 ein unteres Ende. Beide Kry-

stallhälften sind sehr leicht zu unterscheiden, wenn die Fläche l vorhanden ist; wenn dies aber nicht der Fall, so ist die Unterscheidung zuweilen etwas schwierig, indem nämlich die Kanten $P:u$ und $P:r$ nur wenig verschieden sind. Doch orientirt dann die Fläche o , liegt sie links, so hat man das obere, liegt sie rechts, so hat man das untere Ende. Fehlt auch o , so leitet die sich meist durch einen innern Lichtreflex verrathende Spaltbarkeit von o , oder die Streifung von r . Die durch r tafelförmigen Krystalle haben meist ein sehr unsymmetrisches Ansehen dadurch, daß auf der einen Seite x , auf der anderen P herrscht. Die Krystalle vom Dauphiné sind gewöhnlich von herrlichem Glanze; man möchte im gesammten Mineralreiche kaum glänzendere Krystalle finden. Nicht selten sind indess die Flächen etwas gebogen oder geknickt, so daß sie doppelte Reflexbilder, oft deren eine ganze Reihe geben und man ihre Neigungen nicht genau ermitteln kann. Immer gestreift ist r (parallel der Kante $P:r$), dessen Neigung zu P und den Flächen derselben Zone man deshalb nicht genau messen kann. Doch hindert die oft sehr feine Streifung nicht, die Winkel von r zu x , s , n etc. mit ziemlicher Genauigkeit zu messen. Die Flächen, welche die stumpfe Kante $P:u$ abstumpfen, sind gleichfalls gestreift parallel ihrer Combinationskante. Die Fläche m , deren genaue Messung von besonderem Interesse für das System ist, zeigt sich zuweilen durchaus matt, zur Messung ganz ungeeignet, zuweilen indess auch vollkommen glänzend. Die Fläche s , welche nur in sehr seltenen Fällen ganz fehlt, ist meist von lebhaftem Glanze, aber von eigenthümlich gewölbter Oberfläche; sie scheint vor allen anderen Flächen eine auffallende Unregelmäßigkeit in ihrer Lage zu besitzen. P ist meist eben und glatt, zuweilen indess gestreift parallel der Kante mit u . Diese Streifen erstrecken sich zuweilen nur über einen Theil der Fläche, während ein anderer Theil derselben gestreift ist parallel der Kante $P:s$. Der Axinit aus den Oisansbergen im Dauphiné ist bekanntlich begleitet von Albit und Kalkspath. Gleiche Ausbildung wie diese

zeigen die Krystalle, welche sich am Berge Garviel, dem nördlichen Ausläufer des Scopi am Lukmanier gefunden haben (s. Hessenberg, Min. Not. IV. Forts. S. 27 u. meine Geogn. min. Beob. im Quellgeb. d. Rheins, Zeitschr. deutsche geol. Ges. 1862, S. 409). Die Krystalle von Kongsberg gleichen dem ersteren Typus der Dauphinéer Krystalle, indem *Pru* herrschen.

II. Die Krystalle von Botallak sind mehr oder weniger tafelförmig durch Vorherrschen der Fläche *r*, zu welcher hinzutreten: *s*, *b*, *c*, *u*, *r*, *δ*, *x*, *y*, *P*, *v*, *w*, *l*, *z*, *m*, *q*, *o*, *f*, *g*, *n*, *d*. Niemals beobachtet man die Flächen *i*, *h*, *h*², *α*, *β*, *e*, *k*, *t*. Im Vergleiche zu den Dauphinéern ist *o* sehr selten, *q* fehlt fast nie, *c* ist ausgedehnt; das Fehlen der beim Dauphinéer Vorkommen häufigen *e* ist besonders auffallend. Auch von den tafelförmigen Krystallen vom Dauphiné unterscheiden sich die Botallaker recht auffallend. Bei den meist dicktafelförmigen Krystallen aus Cornwall wird die Tafel durch *P* und *z*, welche sich in einer scharfen Kante von 63°35,5 schneiden, zugeshärft. Die Endigung der Tafel wird vorzugsweise durch *v* und *c* gebildet, deren Kante durch *q* abgestumpft wird. Die Fläche *s* ist klein oder fehlt. Diese Krystalle erhalten nach unserer Axenwahl eine ziemlich schiefe Aufstellung, und es ist wohl möglich, daß man denselben eine andere Stellung geben würde, wenn man das Studium der Axinite mit den Botallakern begonnen hätte. Wie bei den Dauphinéern ist auch hier bald das obere, bald das untere Ende frei. Fig. 15 zeigt *u* zur Rechten von *s*, ist demnach ein oberes Ende; in Fig. 16 würde *u* zur Linken von *s* liegen, wenn beide Flächen vorhanden wären; dies ist also eine untere Krystallhälfte. Die Flächen der Krystalle dieses Fundorts sind weniger vollkommen spiegelnd als die Dauphinéer, aber wenigstens die kleineren Exemplare im Allgemeinen ebener als jene. Die Spiegelbilder der Flächen der Botallaker zeigen wohl meist nicht ganz scharfe Umrisse, aber sie sind fast immer einfach. *r* und *z* treten meist alternirend auf, und sind gestreift parallel ihrer Combinationskante, zuweilen gehen diese bei-

den Flächen mit einer unmerklichen Rundung in einander über. *P* bildet hingegen mit *r* meist eine scharf absetzende Kante, und ist parallel der Kante mit *o* gestreift, *u*, *v* und *l* parallel ihrer Kante fein gestreift, *m* zuweilen in eigenthümlicher Weise geritzt parallel der Kante mit *n*. *q* ist meist glatt und glänzend, zuweilen indeß durchaus matt während alle umliegenden Flächen glänzend sind ¹).

- 1) Anmerk. 1. Ueber das Vorkommen zu Botallak hatte Hr. Dr. Aug. Krantz die Güte mir Folgendes mitzutheilen: »Bei meinem ersten Besuche Cornwall's im Herbste 1838 machte ich in Penzance die Bekanntschaft des Ingenieurs Henwood, der mir die sehr schwer zugängliche Fundstelle des Axinit's zu zeigen versprach. In etwa 20 Minuten Entfernung westlich von St. Just fällt die aus Granit bestehende Küste an 200 Fufs fast saiger ins Meer hinab; an einer Stelle tritt etwa in Mannshöhe unter dem obersten Rande eine etwa vier Zoll breite Kante vor, auf die wir uns, einer den anderen unterstützend, ohne jeden anderen Anhalt als die glatte Felswand, hinabließen. So bedächtig voranschreitend erreichten wir in etwa 20 Fufs Entfernung einen kleinen, auf keine andere Weise erreichbaren, freien Platz, von dem aus man um den Vorsprung eines Felsens zu einer eingelagerten Diorit-Partie gelangte, in der sich der Axinit in Schnüren bis zu 3 Zoll Dicke zeigte, der sich mit Schlägel und Eisen leicht von dem festeren Nebengestein trennen ließ. Da nur wenig mitgenommen wurde, so ließ ich mich am nächsten Tage zum alleinigen Wiederbesuche verleiten. Als ich aber bei unsicherem Hinablassen in der Luft über der furchtbarsten Brandung schwebte, zweifelte ich, ob das tollkühne Unternehmen in dieser ganz menschenleeren Oede gelingen würde. Nach überstandener Gefahr versorgte ich mich dann auch mit so vielen Stücken, als ich nur auf dem weniger gefahrvollen Rückwege tragen konnte; und jene Vorräthe sind selbst bis heute nicht erschöpft. Ich bin nie wieder an jene Stelle gelangt, und weiß nicht, ob dieselbe jetzt nach 28 Jahren zugänglicher geworden ist.« —

Anmerkung 2 Es möge hier eine Mittheilung über das Vorkommen des Axinit's am Monzoni gestattet seyn. Dieser Berg, einer der merkwürdigsten der Erde, besteht seiner Hauptmasse nach aus Syenit, welches Gestein über einen Raum von etwa 4 Kilom. von Ost-West und etwa 3 von Nord nach Süd verbreitet, den 8570 Fufs hohen Gipfel bildet. Die Syenitmasse erhebt sich gegen Nord und Süd aus tiefen Thälern; gegen Ost und West wird sie eingeschlossen von Dolomit- und Kalkstein-Massen. Von Nord aus, vom Berge Bufaure, wohin der Monzoni einen furchtbaren Felsabsturz wendet, überblickt man das kolossale Profil der Syenitmasse. Ihre Gränzen beiderseits gegen die Kalkmassen,

Im »Schneeberger Revier« findet sich nach Stücken in der Sammlung des Dr. Krantz der Axinit in Krystallen

convergiren nach der Tiefe. Das Eruptivgestein breitet sich aus nach der Höhe. Aus dem 3 bis 4 tausend Fuß hohen nördlichen Felsabsturz ragen gleich kolossalen Rippen mächtige Gänge von Hyperthenit hervor, welche nordsüdlich streichend, steil fallend in großer Zahl das Syenitgebirge durchsetzen. Besondere Aufmerksamkeit verdienen die Kalkstein-Massen, welche theils allseitig von den Eruptivgesteinen umschlossen werden, theils denselben aufruhren; stets aber sey es der ganzen Masse nach, sey es nur an der Gränze die vom Syenit und Hyperthenit ausgehenden metamorphischen Einwirkungen offenbaren, und dadurch eine so lehrreiche Analogie darbieten zu den ungeschändeten Kalksteinsäckeln, welche in so großer Zahl im mittellitaliänischen Vulkangebiet von Pitigliano bis zum Vesuv sich zerstreut finden. — Aus dem nördlichen Thalgrunde stieg ich (1862) zur Seite der mittleren und größten Hyperthenit-Gangmasse empor. Dieser Gang fällt unter 70° bis 75° gegen O, ist tafelförmig abgesondert, indem die Labradortafeln vorzugsweise parallel der Gangmasse liegen, wodurch eine vollkommen schiefrige Hyperthenit-Varietät entsteht. Die Masse des Ganges wird wiederum von einem Netzwerk sich allseitig verzweigender Adern durchsetzt. Im unteren Theile dieser Gangmasse trifft man eine jener metamorphisirten Kalksteinparthien. Serpentin (welcher auch im Hyperthenit gangähnliche Lager bildet) lagert auf der Gränze zwischen Kalkstein und dem Eruptivgesteine, und zieht sich in horizontalen Streifen durch die Kalkstein-Scholle. Diese ist die hauptsächlichste Lagerstätte des Fassait, welcher mit Granat und Vesuvian vergesellschaftet ist. Andere Punkte ähnlicher Art liefern Gehlenit, Epidot, schwarzen Spinell, den sog. Brandisit u. a. Weiter durch einen ungangbaren Felsriß zur schneidigen Kante aufsteigend, sah ich Chabasit in größter Verbreitung die Flächen der Hyperthenitklüfte bedeckend. Derber brauner Granat bildet fuchsmächtige, unregelmäßig verzweigte Gänge; in Drusen: grüne, strahlige Hornblende, Magnesiaglimmer, Granat, Epidot, Prehnit, Kalkspath. Nahe dem Kamme in etwa 8000 Fuß Höhe (wo in Gängen eines wie zerfressen aussehenden Quarzes kleine Prehnit-Kugeln bemerkt wurden) fand ich den Axinit, in bläulich-krySTALLINISCHEN Massen, mit braunem Granat und Kalkspath zollmächtige Gänge des körnigen Hyperthenitfels erfüllend. Den Axinit vom Monzoni kennt bereits (1821) v. Senger in seiner Oryktognosie Tyrols, welche Angabe in viele Lehrbücher übergegangen ist. Doch wurde in dem verdienstvollen Werke »Die Mineralien Tyrols« von Liebenauer und Vorhausser jenes Vorkommen nicht erwähnt »weil in keiner Sammlung Tyrols ein Exemplar zu finden war und deshalb eine Täuschung vermuthet wurde.« »Allein vor drei Jahren ist der Axinit an der bezeichneten Stelle wirklich so

vollkommen mit dem Typus derjenigen von Botallak. Ein mir vorliegender, kaum eine Linie großer Krystall von jenem Fundorte bildet eine flachgewölbte Tafel, welche durch die Flächen r und z gebildet wird. Ferner beobachtete ich an demselben $s, c, u, x, y, P, v, w, l, q, o, f$. Der Axinit von Thum in Sachsen, auf grünem Schiefer in bis zollgroßen Krystallen, zeigt durch r gebildete Tafeln mit den hinzutretenden Flächen $s, u, x, y, P, v, l, m, o$ (etwa wie Fig. 4). Auf einem Stücke von Thum in der Krantz'schen Sammlung bemerkt man eine zweifache Axinitbildung: ältere größere Krystalle von bräunlicher Farbe, jüngere klein und farblos. Die Krystalle von Treseburg sitzen mit Asbest auf einem Gabbro-ähnlichen Gestein sind tafelförmig parallel r ; hinzu treten P und x .

(Fortsetzung im nächsten Hest.)

III. Einige Sätze aus der theoretischen Photometrie; von F. Zöllner,

Privatdocent der Physik an der Universität Leipzig.

§. 1.

Die theoretische Bestimmung der Lichtmengen, welche von den verschiedenen Phasen einer aus großer Entfernung beleuchteten Kugel ausgesandt werden, ist mehrfach der Gegenstand eingehender Untersuchungen gewesen, von denen ich hier nur diejenigen von Kies¹⁾, Euler²⁾,

wie ihn v. Senger beschreibt wieder gefunden worden.“ (Nachtrag zu den Min. Tyrols von Liebenauer und Vorhauser 1866); welche Auffindung ohne Zweifel durch meinen trefflichen Führer Bernard mitgetheilt worden ist. — Ueber die Gegend des Monzoni vergl. v. Richt- hofen, Predazzo, St. Cassian und die Seiser Alp S. 252.

1) Kies, *Mémoires de l'Académie de Berlin* 1750, p. 223.

2) Euler, *Ibid.* p. 298.

Smith¹⁾, Bouguer²⁾, Lambert³⁾, Michell⁴⁾ und J. Herschel⁵⁾ erwähne.

Das Interesse, welches sich an diese Untersuchungen knüpfte, war zunächst ein astronomisches, indem theils der Mond, theils die unteren Planeten in ihrer verschiedenen Stellung zur Sonne und Erde einen periodischen Lichtwechsel zeigen, welcher, abgesehen von dem gleichzeitigen Wechsel der Entfernungen, lediglich durch die verschiedene Phasengröße des beleuchteten Himmelskörpers bedingt seyn mußte.

Der bisherige Mangel an geeigneten Photometern verhinderte indessen die Vergleichung jener theoretischen Resultate mit denen der Beobachtung, so daß eigentlich nie die Richtigkeit der den verschiedenen Theorien zu Grunde liegenden Principien hat empirisch geprüft werden können.

In einer vor Kurzem von mir veröffentlichten Schrift⁶⁾ habe ich unter Anderen die Construction eines Photometers mitgetheilt, mit dessen Hülfe es mir gelungen ist, im Laufe der letzten drei Jahre sowohl das Helligkeitsverhältniß des Mondes und sämtlicher Planeten zur Sonne als auch die verschiedene Lichtstärke der Phasen jener Himmelskörper photometrisch zu bestimmen. Es ergaben sich hierbei für die Phasen des Mondes so beträchtliche Abweichungen von den bisher als gültig angenommenen Resultaten der Theorie, daß nothwendig die Voraussetzungen, welche diesen Berechnungen zu Grunde liegen, unrichtig seyn müssen.

Die Voraussetzungen, welche Lambert bei Entwicke-

1) Smith, Optik, übersetzt von Kaestner, Altenburg 1755, S. 382 bis 386.

2) Bouguer, *Traité d'optique* 1760 Livre II. Sect. IV. Art. IV.

3) Lambert, *Photometria, sive de mensura et gradibus luminis colorum et umbrae*. Augsb. 1760. §§. 1040 — 1060.

4) Michell, *Phil. Transact.* 1829. Vol. CXIX, p. 20. Anmerk.

5) J. Herschel, *Results of astronomical observations made during the years 1834—1838 at the Cape of Good Hope*. London 1847, p. 356. Anmerk.

6) Photometrische Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf die physische Beschaffenheit der Himmelskörper. Leipzig 1865.

lung seiner Formel machte, waren im Wesentlichen die drei folgenden:

- 1) Die Gestalt des Mondes ist eine Kugel.
- 2) Die Oberfläche des Mondes ist homogen.
- 3) Auf jedes Element der Mondoberfläche ist das photometrische Grundgesetz anwendbar.

Nach den Untersuchungen Hansen's¹⁾ und Gussow's²⁾ ist aber die Gestalt des Mondes keine Kugel, sondern ein mit seiner großen Axe der Erde zugewandtes Ellipsoid von geringer Excentricität.

Die zweite Voraussetzung entfernt sich offenbar am meisten von der Wirklichkeit und zwar in doppelter Weise: einmal durch die Anwesenheit der Flecken auf dem Monde und dann durch die zahlreichen und bedeutenden Erhebungen auf seiner Oberfläche.

Aus Gründen, welche in meiner größeren Schrift ausführlich entwickelt sind (a. a. O. S. 112 ff.) nahm ich die letzte der drei Voraussetzungen als zulässig an und untersuchte den Einfluss, welchen sowohl die ellipsoide Ge-

1) *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* Vol. XV, 1854. Nov. 10.

2) *Bulletin de l'Académie de St. Petersbourg* 1859. T. I, p. 276—306.

Die Resultate von Hansen's theoretischen Untersuchungen verlangen nur die Annahme einer Nichtcoïncidenz des *Schwerpunktes* und des *Centrums* der als Kugel betrachteten Mondoberfläche. Dieser Bedingung kann aber auf doppelte Weise genügt werden; entweder dadurch, dass der Mond, bei gleichförmiger Dichte, in einer der Verbindungslinie mit der Erde parallelen Richtung von der Kugelgestalt abweicht, oder, dass bei vorhandener Kugelgestalt die Dichtigkeit eine ungleiche sey. Hansen entscheidet sich a. a. O. für den letzten Fall, wogegen Gussow, sowohl aus dem Effect einer von Warren de la Rue mit Benutzung der Libration angefertigten Mondstereoskopie, als auch durch sehr sorgfältige Messungen an diesem Objecte, sich für die erste Annahme erklärt. Er findet a. a. O. dass »die allgemeine Gestalt der Mondoberfläche in dem mittleren Theile der uns zugekehrten Hälfte als eine Kugel zu betrachten sey von einem kleineren Radius als der, welcher dem sichtbaren Rande angehört.« Betrachtet man die hierdurch entstehende Figur annähernd als ein Ellipsoid, so beträgt die Excentricität desselben nach Gussow 0,07; nach Hansen (bei Annahme einer gleichförmigen Dichte) 0,03.

stalt des Mondes als auch die bergige Beschaffenheit seiner Oberfläche auf die Lichtmengen ausübt, die von den verschiedenen Mondphasen zur Erde gesandt werden.

Bei diesen Untersuchungen bin ich auf einige neue Lehrsätze des photometrischen Calcüles geführt worden, welche, wie ich glaube, auch unabhängig von dem Ziel der erwähnten Untersuchungen ein mathematisch-physikalisches Interesse beanspruchen dürften, und die ich mir deshalb erlaube, hier in etwas allgemeinerer Form mitzuthemen.

§. 2.

Mit dem Worte »*Intensität*« oder »*Leuchtkraft*« soll im Folgenden stets eine Zahl bezeichnet werden, welche die von der Flächeneinheit ausgesandte Lichtmenge eines selbstleuchtenden oder beleuchteten Körpers als Vielfaches einer bestimmten, als Einheit angenommenen Lichtmenge ausdrückt.

Unter der Voraussetzung, dafs auf die hier betrachteten Körper, sowohl leuchtende als beleuchtete, die Principien des Lambert'schen Calcüles ¹⁾ anwendbar sind, seyen dp und dp' zwei im Raume beliebig gelegene Flächenelemente, von denen das erste mit der Intensität J als *leuchtend*, das zweite als von dem ersten *beleuchtet* vorausgesetzt wird.

Bezeichnet man den Abstand der beiden Elemente mit r und die Winkel, welche ihre Normalen mit ihrer Verbindungslinie machen, beziehungsweise mit ε und ε' , so wird die Lichtmenge, welche von dem leuchtenden Elemente dp auf das nicht leuchtende dp' übergeht nach Lambert's Calcül ausgedrückt durch:

$$\frac{J dp dp' \cos \varepsilon \cos \varepsilon'}{r^2} \dots \dots (1).$$

Aus diesem photometrischen Grundgesetze Lambert's ergeben sich analytisch einige Sätze, welche im Folgenden mehrfache Anwendung finden, rücksichtlich deren Ableitung

1) Vergl. Lambert Photometria. — Beer Grundriß des photometrischen Calcüles, Braunschweig 1854.

ich jedoch auf Lambert's Photometria oder Beer's Grundrifs des photometrischen Calculs verweise.

Zunächst ergibt sich aus dem angeführten Grundsätze der folgende Satz:

Wird ein Flächenelement aus grosser Entfernung von einer überall mit gleicher Intensität leuchtenden Kugel bestrahlt, so bleibt die Erleuchtung jenes Elementes dieselbe, wenn man die Kugel durch eine gleich intensiv leuchtende, sphärische Kreisfläche ersetzt, deren scheinbarer Durchmesser, vom Element aus betrachtet, mit dem der Kugel übereinstimmt und deren Mittelpunkt auf der Verbindungslinie des Elementes mit dem Kugelcentrum liegt.

Sowohl bei diesem als auch bei allen folgenden Sätzen werden die Entfernungen der sich Licht zusendenden Körper so gross vorausgesetzt, daß die Dimensionen dieser Körper gegen ihre Entfernungen zu vernachlässigen sind.

Unter dieser Voraussetzung sey eine, mit der Intensität J leuchtende Kugel und ein von dieser beleuchtetes Flächenelement dp' gegeben. Bezeichnet ζ den Winkel zwischen der Normalen jenes Elementes und seiner Verbindungslinie mit dem Kugelcentrum, ferner η den scheinbaren Halbmesser der vom Elemente dp' aus gesehenen Kugel, so wird die Lichtmenge dq , welche von der Kugel auf das Element dp' übergeht ausgedrückt¹⁾ durch:

$$dq = J\pi \sin^2 \eta \cos \zeta dp' \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Substituirt man nach dem oben angeführten Satze für die Kugel eine sphärische Kreisfläche und setzt

$$\begin{aligned} \zeta &= 0 \\ \eta &= \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

so erhält man aus dieser Formel (2) für die Lichtmenge dq , welche von der ganzen, über dem Element dp' gewölbten und überall mit der gleichen Intensität J strahlenden Hemisphäre auf jenes Element übergeht, den Ausdruck:

$$dq = J\pi dp' \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Das beleuchtete Element dp' denken wir uns von solcher

1) Lambert, Photometria §. 135. — Beer, phot. Calc. S. 33.

Beschaffenheit, daß es das empfangene Licht zerstreut nach allen Richtungen gemäß dem Lambert'schen Emissionsgesetze ¹⁾ aussendet.

Da dieses Gesetz beim Lambert'schen Calcül sowohl für beleuchtete als auch für selbstleuchtende Körper als gleich vorausgesetzt wird, so kann man sich jederzeit das beleuchtete Element, bezüglich der von ihm ausgestrahlten Lichtmenge, durch ein, mit einer gewissen Intensität J , selbstleuchtendes Element ersetzt denken.

Es reflectirt indessen kein Körper die gesammte auf ihn fallende Lichtmenge, sondern stets nur einen Theil derselben. Daher wird auch nicht die ganze, nach der obigen Formel auf das Element dp' übergehende Lichtmenge dq ausgesandt werden, sondern nur die Lichtmenge μdq , wo μ einen ächten Bruch darstellt, der die sogenannte »Albedo« oder »lichtreflectirende Kraft« des beleuchteten Körpers bestimmt.

Mit Rücksicht hierauf zeigt der »Lambert'sche Calcül« ²⁾, daß man jedes Element, auf welches von einem leuchtenden Körper die Lichtmenge dq übergegangen ist, durch ein gleichgroßes, selbstleuchtendes Element dp ersetzen kann, dessen Intensität oder Leuchtkraft J ausgedrückt wird durch:

$$J = \frac{\mu dq}{\pi dp} \dots \dots \dots (4).$$

§. 3.

Die vorstehend angeführten Sätze reichen für unsere ferneren Untersuchungen aus. Es soll mit ihrer Hülfe zunächst der folgende Satz bewiesen werden:

Sind drei beliebig große Kugeln gegeben, von denen zwei durch die dritte beleuchtet werden, so bleibt die zwischen den ersteren übergehende Lichtmenge dieselbe,

1) In wie weit die Anwendbarkeit dieses Gesetzes auf physische Körper zulässig ist, habe ich im ersten Theile meiner oben citirten Schrift, bei einer Kritik des Lambert'schen und Bouguer'schen Calcüles, untersucht.

2) Lambert, Photom. §. 133 ff. — Beer, phot. Calc. S. 28 ff.

μ die Albedo der Kugel B

η den scheinbaren Halbmesser der von B aus betrachteten Kugel A .

ϑ den Winkel ABP .

Als dann ergibt sich nach dem Lambert'schen Calcul¹⁾ für die Lichtmenge q , welche von der Kugel B auf die senkrecht zur Richtung BC gelegene Flächeneinheit der Kugel c übergeht, der folgende Ausdruck:

$$q = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mu J r^2 \sin^2 \eta}{D^3} (\sin \vartheta - \vartheta \cos \vartheta) \quad . \quad . \quad (5).$$

Um die von der Kugel C auf B übergehende Lichtmenge zu erhalten, braucht man in diesem Ausdruck offenbar nur für μ , r , η , ϑ die der Kugel C entsprechenden Größen zu substituiren.

Es soll nun gezeigt werden, daß diese Lichtmenge dieselbe bleibt, wenn man unter den oben angegebenen Bedingungen die beiden Kugeln B und C durch zwei Cylinder ersetzt.

Zu diesem Zwecke mögen jetzt die um B und C beschriebenen Kreise die Grundrisse der beiden Kreiscylinder vorstellen, deren Axen senkrecht zu der durch die früher betrachteten Kugeln gelegten Ebene stehen. Diese Ebene sey durch die des Papiers dargestellt.

Um nun die Lichtmenge zu bestimmen, welche von der durch A beleuchteten Cylinderfläche B auf die senkrecht bestrahlte Flächeneinheit des Cylinders C übergeht, mögen die Werthe D , μ , ϑ , η dieselben bleiben, wie vorher bei Betrachtung der Kugel. Es bezeichne ferner:

$d\sigma$ ein beliebiges Cylinderelement mit der Normalen N ,

φ den Winkel derselben mit der Richtung BC ,

i den Incidenzwinkel der von A auf das Element fallenden Strahlen,

e den Emanationswinkel der vom Element nach der Richtung BC ausgesandten Strahlen,

r den Halbmesser der Cylinderbasis, welcher gleich dem Halbmesser der früher betrachteten Kugel ist,

h die Höhe des Cylinders.

1) Lambert, Photometria §. 1047. — Beer, phot. Calc. S. 68.

Nach der über die Entfernungen und Dimensionen der drei Körper gemachten Annahme werden die hier in Betracht kommenden Strahlensysteme als parallel vorausgesetzt.

Wir bestimmen zunächst die Lichtmenge dq' , welche von der leuchtenden Kugel A auf das Cylinderelement $d\sigma$ übergeht. Durch Einführung der entsprechenden Größen erhält man hierfür nach Formel (2)

$$dq' = J\pi \sin^2 \eta \cos \epsilon d\sigma \dots (6),$$

worin J die überall als gleich angenommene Leuchtkraft oder Intensität der Kugel A bezeichnet.

Um nun die Lichtmenge dq auszudrücken, welche von diesem beleuchteten Elemente auf die senkrecht zur Richtung BC gelegene Flächeneinheit des Cylinders σ übergeht, verwandeln wir jenes Element zunächst in ein selbstleuchtendes, dessen Leuchtkraft J' durch die Formel (4) bestimmt ist. Substituirt man hierin für dq den oben in (5) für dq' gefundenen Werth und setzt $d\sigma = dp$, so erhält man:

$$J' = \mu J \sin^2 \eta \cos \epsilon$$

folglich, mit Rücksicht auf Formel (1):

$$dq = \frac{\mu J \sin^2 \eta}{D^2} \cdot \cos \epsilon \cos \epsilon' d\sigma \dots (7).$$

Der von C aus gesehene und beleuchtete Theil des Cylinders B liegt nun zwischen den Berührungslinien zweier Tangentialebenen, welche parallel den Richtungen BA und BC an den Cylinder B gelegt sind. Sind die Projectionen dieser Berührungslinien durch T und O dargestellt, so muß der oben für dq gefundene Ausdruck über diesen Raum $TO = v$ integrirt werden, um die Lichtmenge zu erhalten, welche von der beleuchteten Cylinderfläche auf die senkrecht zu BC gelegene Flächeneinheit des Cylinders C übergeht. Man hat also:

$$q = \frac{\mu J \sin^2 \eta}{D^2} \int_{\frac{1}{2}\pi - v}^{\frac{1}{2}\pi} \cos \epsilon \cos \epsilon' d\sigma \dots (8).$$

Mit Rücksicht auf die oben eingeführten Bezeichnungen ist aber:

$$\begin{aligned} d\sigma &= hr d\varphi \\ \varepsilon &= \pi - (\vartheta + \varphi) \\ \varepsilon' &= \varphi. \end{aligned}$$

Die Substitution dieser Werthe in dem obigen Ausdruck (8) giebt:

$$q = \frac{\mu J h r \sin^2 \eta}{D^2} \int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi - \vartheta} d\varphi \cos \varphi \cos(\vartheta + \varphi) \quad (9),$$

oder nach Ausführung der Integration:

$$q = \frac{\mu J h r \sin^2 \eta}{2D^2} (\sin \vartheta - \vartheta \cos \vartheta) \quad (10).$$

Macht man hierin die Höhe des Cylinders gleich $\frac{2}{3}$ des Durchmessers seiner Basis, d. h. setzt man

$$h = \frac{4r}{3},$$

so wird der Ausdruck (10) identisch mit der oben von Lambert für die Kugel angegebenen Formel (5), was zu beweisen war.

§. 4.

Es soll nun ferner der folgende Satz bewiesen werden:

Wird die Oberfläche eines geraden Kreiscylinders, dessen Höhe gleich dem Durchmesser seiner Basis ist, einer zur Axe senkrechten Strahlung ausgesetzt, so sendet die hierdurch erleuchtete Cylinderfläche auf ein zur Strahlenrichtung senkrecht und sehr entfernt gelegenes Flächenelement dieselbe Lichtmenge, wie die in derselben Entfernung senkrecht bestrahlte Basis des Cylinders.

Zum Beweise dieses Satzes ersetzen wir die bisher betrachtete Flächeneinheit des Cylinders c durch ein Flächenelement dy , welches zwischen der leuchtenden Kugel A und dem von dieser beleuchteten Cylinder B , senkrecht zur Verbindungslinie AB dieser beiden Körper liegt. Die Entfernungen der Kugel, des Cylinders und des Flächenelementes d ; werden nach dem Obigen so groß angenommen,

dafs die zwischen diesen stattfindende Bestrahlung als eine parallele betrachtet werden kann.

Man erhält nun leicht aus Formel (10) die Lichtmenge, welche unter den angenommenen Bedingungen von der Cylinderfläche B auf dy in der Entfernung D übergeht. Dem zu beweisenden Satze gemäfs sind hierzu nur folgende Substitutionen erforderlich:

$$h = 2r$$

$$v = \pi,$$

so dafs die gesuchte Lichtmenge dq sich ausdrücken läfst durch:

$$dq = \frac{\mu J r^2 \pi \sin^2 \eta}{D^3} dy \quad . \quad . \quad (11).$$

Einem in dy befindlichen Auge würde bei den gemachten Voraussetzungen die Cylinderfläche als ein beleuchtetes Quadrat erscheinen, dessen Helligkeit nach Maafsgabe des Incidenzwinkels der auffallenden Strahlen an verschiedenen Stellen eine verschiedene ist. Es soll nun gezeigt werden, dafs die von diesem Quadrate ausgestrahlte Lichtmenge dieselbe bleibt, wenn man dem Cylinder eine solche Lage giebt, dafs seine ebene kreisförmige Basis einer senkrechten Bestrahlung ausgesetzt ist und daher ein in dy befindliches Auge an Stelle des früheren, ungleichförmig erleuchteten Quadrates, eine gleichförmig beleuchtete Kreisscheibe sieht.

Bezeichnet $d\psi$ ein Flächenelement der Cylinderbasis, so wird nach Formel (2) die Lichtmenge dq' , welche von der senkrecht über jenem Elemente befindlichen Kugel A übergeht, ausgedrückt durch:

$$dq' = J \pi \sin^2 \eta d\psi.$$

Um die hierdurch auf dy erzeugte Erleuchtung zu bestimmen, ersetzen wir wieder das erleuchtete Element $d\psi$ durch ein selbstleuchtendes, für dessen Intensität J' sich nach Formel (4) mit Berücksichtigung des obigen Werthes für dq' ergibt:

$$J' = \mu J \sin^2 \eta.$$

Folglich ist die von $d\psi$ auf dy in der Entfernung D übergehende Lichtmenge dq'' :

$$dq'' = \frac{\mu J \sin^2 \eta}{D^3} dy d\psi$$

und demnach die von der ganzen Cylinderbasis auf dy übergehende Lichtmenge dq :

$$dq = \frac{\mu J \sin^2 \eta}{D^3} dy \int d\psi$$

oder, da:

$$\int d\psi = r^2 \pi$$

$$dq = \frac{\mu J r^2 \pi \sin^2 \eta}{D^3} dy \quad . \quad . \quad (12).$$

Dieser Ausdruck ist, wie man sieht, mit dem in (11) gefundenen identisch, woraus folgt, daß die dort betrachtete *Cylinderfläche* dieselbe Lichtmenge auf dy sendet, wie die *ebene Fläche* der senkrecht zur Strahlung gelegenen Basis des Cylinders, was zu beweisen war.

Ersetzt man die oben betrachteten Kreiscylinder unter übrigens gleichen Umständen, durch zwei Cylinder mit elliptischen Grundflächen, deren große Axen in die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte fallen, so unterscheidet sich der unter dieser Bedingung erhaltene Ausdruck von dem für Kreiscylinder erhaltenen nur durch Glieder, welche von höheren Potenzen der Excentricität der elliptischen Basis abhängen.

Der Beweis dieses Satzes würde hier zu weit führen; ich erlaube mir daher bezüglich desselben auf meine ausführliche Schrift (S. 43 bis 49) zu verweisen. Es ist dort ebenfalls gezeigt worden, wie man mit Rücksicht auf jenen Satz zu dem Schlusse berechtigt sey, daß die geringe, ellipsoïdale Abweichung des Mondes von der Kugelgestalt keinen merklichen Einfluß auf die photometrisch bestimm-
baren Lichtmengen seiner Phasen äußern könne.

§. 5.

Um nun auch den Einfluß der bergigen Beschaffenheit der Mondoberfläche auf die Lichtstärke seiner Phasen der Rechnung zu unterwerfen, bin ich von folgenden Betrachtungen ausgegangen.

Ist auf der Mondoberfläche ein beliebig gelegener Gebirgszug gegeben, so ist offenbar die Lage desselben für die Größe seines Schattenwurfes nicht gleichgültig. Viel-

mehr wird bei einem senkrecht zur Strahlenrichtung gelegenen Bergzuge der Schattenwurf sein Maximum, bei einem parallel derselben gelegenen sein Minimum erreichen. In sofern man also zunächst nur den Einfluß dieses Schattenwurfes berücksichtigt, kann man stets die GröÙe des Schattens eines beliebig gelegenen Gebirgzuges durch den Schatten eines andern, senkrecht zur Bestrahlung gelegenen ersetzen, so daß an Stelle der unregelmäßigen Vertheilung von Bergen eine regelmäßige substituirt werden kann, dergestalt, daß continuirliche Bergzüge von gleicher Höhe parallel den Meridianen die Mondoberfläche bedecken. Hierbei wird vorausgesetzt, daß die Mondaxe normal zu der durch Sonne, Mond und Erde gelegten Ebene steht.

Die weitere Beschaffenheit der Höhenzüge kann man dadurch für die Berechnung vereinfachen, daß man dieselben als aus zwei, unter einem bestimmten Winkel zusammenstoßende Flächen bestehend annimmt, so daß hierdurch die Mondoberfläche eine Art, parallel den Meridianen gerichteter, Cannelirung erhält.

Mit Hülfe dieser vereinfachenden Annahmen versuchte ich nun eine Formel für die von verschiedenen Phasen einer solchen Kugel reflectirten Lichtmengen abzuleiten, gelangte jedoch hierbei zu so complicirten Ausdrücken, daß ich von jeder weiteren Untersuchung auf der angegebenen Basis Abstand nehmen mußte.

Auch unter der Annahme, daß sich an Stelle der vorausgesetzten Gebirgzüge einfach nur unendlich dünne Wände in gleichem Abstände befänden, sind die Integrale, auf welche man schließlich kommt, doch noch viel zu verwickelt, als daß man hoffen dürfte, auch nur einen einigermaßen bequemen und übersichtlichen Ausdruck zu erhalten.

Die Ursache, weshalb sich trotz aller dieser Vereinfachungen die Ausdrücke doch schließlich so stark complicirten, lag wesentlich in der sphärischen Gestalt des betrachteten Körpers. Indem ich nun untersuchte, ob sich an Stelle der Kugel nicht ein anderer Körper von einfacherer Gestalt substituiren lasse, welcher dasselbe oder doch ein

ähnliche
wurde
der U
linder

Es
besteh
mehr
bespre
St
gegan
M
staltet

Al
ten F
lung
stände
theore
der C
abges

In
eine
pern
übt,
mäßi
für d
mit u
Phase

A
gelma
mäßi
Uebe
mit d
gema

Is
zelne
ten V
der A

ähnliches Erleuchtungsgesetz durch seine Phasen zeigte, wurde ich auf den bereits oben hervorgehobenen Satz von der Uebereinstimmung dieses Gesetzes bei Kugel und Cylinder geführt.

Es fragt sich nun, ob jene Uebereinstimmung noch fortbesteht, wenn die Oberflächen der besagten Körper nicht mehr homogen, sondern eine Beschaffenheit von der soeben besprochenen Art besitzen.

Streng genommen wird man diese Frage ohne vorhergegangene Untersuchung im Allgemeinen verneinen müssen.

Mit Rücksicht auf den vorliegenden Gegenstand gestaltet sich jedoch dieselbe einfacher.

Abgesehen von den dunklen und unregelmäßig vertheilten Flecken auf der Mondoherfläche, ist auch die Vertheilung der Berge eine sehr unregelmäßige. Von beiden Umständen muß aber, der Natur der Sache gemäß, bei einer theoretischen Untersuchung des Einflusses schattenwerfender Objecte — um den es sich hier lediglich handelt — abgesehen werden.

Indem man nun den Einfluß zu ermitteln sucht, welchen eine *regelmäßige* Vertheilung von schattenwerfenden Körpern auf das Phasenerleuchtungsgesetz eines *Cylinders* ausübt, kann man jederzeit auf der *Kugel* eine solche *unregelmäßige* Vertheilung jener Körper annehmen, daß sowohl für den *Cylinder* mit *regelmäßiger* als auch für die *Kugel* mit *unregelmäßiger* Vertheilung von Erhebungen dasselbe Phasenerleuchtungsgesetz stattfindet.

Auf Grund dieser Betrachtung habe ich für die unregelmäßig mit Bergen bedeckte Mondkugel einen *regelmäßig* cannelirten Cylinder substituirt. Die befriedigende Uebereinstimmung der auf diese Weise entwickelten Theorie mit den Beobachtungen hat gezeigt, daß man zu den hier gemachten Voraussetzungen berechtigt war.

§. 6.

Ist die Cannelirung eine scharfkantige, so daß die einzelnen Erhebungen lediglich aus zwei, unter einem bestimmten Winkel zusammenstoßenden Ebenen bestehen, so nimmt der Ausdruck für die von einem solchen Cylinder auf die

Flächeneinheit übergehende Lichtmenge folgende einfache Gestalt an:

$$q = \frac{\mu J h r \sin^2 \eta}{2 D^3} \{ \sin(v - \beta) - (v - \beta) \cos(v - \beta) \} \quad (13)$$

Hierbei wird vorausgesetzt, daß die Anzahl der Erhebungen eine sehr große ist und daß β den Winkel bezeichnet, um welchen die Seite einer Erhebung gegen ihre Basis geneigt ist. Dieser Winkel mag in der Folge *Elevationswinkel* heißen.

Berücksichtigt man auch die Anzahl der Erhebungen, so ergibt sich zwar eine bei Weitem complicirtere Formel, die jedoch alsdann eine solche Allgemeinheit besitzt, daß sie gleichzeitig die Erleuchtung durch jeden beliebigen zu einer bestimmten Gattung gehörigen, prismatischen Körper ausdrückt. In Betreff dieser Formel und ihrer Entwicklung muß ich jedoch auf meine ausführliche Schrift (S. 54 bis 65) verweisen.

Aus der Vergleichung des obigen Ausdrucks (13) mit dem in (10) erhaltenen, ergibt sich unmittelbar der folgende Satz:

Die Erleuchtung eines Körpers durch die Phase eines scharfkantig cannelirten Cylinders ist gleich der Erleuchtung durch einen homogenen Cylinder, welcher sich in einer, um den Elevationswinkel der Cannelirung verminderten Phase befindet.

Man kann nun aber, nach dem früher bewiesenen Satze, den homogenen Cylinder durch eine homogene Kugel ersetzen, und, gemäß der über die Vertheilung und den Einfluß von Erhebungen angestellten Betrachtungen, für den *regelmäßig* cannelirten Cylinder eine *unregelmäßig* mit Erhebungen bedeckte Kugel substituiren. Mit Rücksicht hierauf ergibt sich aus dem letzten Satze der folgende:

Die Erleuchtung eines Körpers durch die Phase einer mit nicht abgestumpften Erhebungen bedeckten Kugel, ist gleich der Erleuchtung durch eine homogene Kugel, welche sich in einer, um den mittleren Elevationswinkel jener Erhebungen verminderten Phase befindet.

In Wirklichkeit wird jedoch die hier vorausgesetzte Abwesenheit von Abstumpfungen nicht stattfinden, und es ist klar, daß der Einfluß der letzteren desto stärker hervortreten muß, je kleiner die Phase der beleuchteten Kugel ist.

In Betreff der hierdurch nothwendigen Verallgemeinerung der Formel (13) verweise ich auf meine ausführliche Schrift (S. 60 bis 69).

Bei Anwendung der entwickelten Theorie auf die Lichtstärke der Mondphasen, hat sich gezeigt, daß, wenigstens bei abnehmendem Monde für die Phasen von der Opposition bis in die Nähe der Quadraturen schon das erste Glied jener Formel genügt, um die Beobachtungen befriedigend darzustellen. Für den zunehmenden Mond findet die Uebereinstimmung nur bis zu einer Elongation von 110° statt, indem die bei kleineren Elongationen ausgesandten Lichtmengen bereits den Einfluß der vernachlässigten Abstumpfungen anzudeuten scheinen.

Daß übrigens die hier aufgestellten Sätze bezüglich ihrer Anwendung auf die Mondphasen nur als Annäherungen zu betrachten sind, und daher der empirisch bestimmten Constanten β in unserer Formel nur annähernd die Bedeutung des mittleren Elevationswinkels der Mondberge beizulegen ist, habe ich a. a. O. ausführlich erörtert.

Leipzig, im Januar 1866.

IV. Der gegenwärtige experimentelle Thatbestand der Lehre von der Hydrodiffusion durch thierische Membranen;
von C. Eckhard in Gießen.

Seit dem Jahre 1858 habe ich mich vielfach mit der Feststellung der empirischen Gesetze beschäftigt, welche die

Hydrodiffusion durch Membranen beherrschen. Ich babe dabei so viel als möglich mich frei gehalten von leeren, unbegründeten Speculationen, sondern allen Fleiß auf die scharfe Ausmittelung des Thatsächlichen gewandt, weil jede Theorie ihre Basis sicher haben muß und die frühern Untersuchungen entweder wenig Uebereinstimmung unter sich zeigten oder bedeutenden Ausstellungen ausgesetzt waren. Die Methoden und die Resultate meiner Untersuchungen habe ich nach und nach in meinen »*Beiträgen zur Anatomie und Physiologie*« publicirt. Den Physikern scheinen dieselben wenig bekannt geworden zu seyn. Dieß ist der Grund, weshalb ich in diesen Annalen einen Auszug aus denselben gebe. Ich werde jedoch dabei das in neuerer Zeit von anderer Seite her Geleistete gleichfalls berühren, um auf diese Weise zusammenzubringen, was man gegenwärtig wohl als ausgemacht über die Fundamentalfragen des fraglichen Gegenstandes ansehen kann.

Ich begann damit, den von Jolly aufgestellten Begriff des *endosmotischen Aequivalentes* anders zu nehmen und für eine Anzahl von Körpern unter verschiedenen Umständen das Aequivalent in dem neuen Sinne zu bestimmen. Nachdem nämlich, namentlich durch Ludwig, gezeigt worden war, daß die im Hydrodiffusionsproceß sich austauschenden Mengen, unter anderen wesentlich von der Concentration abhängig sind, mußte unter dem endosmotischen Aequivalent das Verhältniß zwischen dem durch die Membran gehenden Salz und Wasser im *constanten* Proceß verstanden werden; es mußte also die Größe beider Ströme unter der Bedingung bestimmt werden, daß während der *ganzen Dauer des Versuches* die Versuchsflüssigkeiten genau dieselben blieben. Ich versuchte nun zuerst unter solchen Umständen für eine bestimmte Membran und den gleichbleibenden übrigen Bedingungen, von denen die Hydrodiffusion als abhängig bereits erwiesen oder erwartet werden konnte, das Aequivalent eines Salzes *wiederholt* zu bestimmen, um mich darüber zu belehren, welcher Schärfe wohl die Bestimmung des Aequivalentes fähig wäre. Nach

manch
anfang
welch
ratur
dessel
empfe
Sorgf
sultat
wohl
Ausna
flächl
selber
mit e
Dicke
zusam
schem
größ
als a
keine
gegeh
häute
nur
dense
renze
ren,
Umst
Die
ich i
mitge
Diffu
heit
peric
dems
hand
geht

1) F
2) F

mancherlei Proben blieb ich bei dem *frischen* Herzbeutel, anfangs des Kalbes, später der Kuh und des Ochsen stehen, welchen ich einige Stunden hindurch bei niederer Temperatur in destillirtem Wasser unter mehrmaligem Wechsel desselben auswässerte. Ich kann jetzt noch nichts Besseres empfehlen. Keine andere Membran hat mir bei gleicher Sorgfalt, die ich den Versuchen widmete, so constante Resultate, als das genannte Pericardium gegeben. Diefs liegt wohl hauptsächlich in den Umständen, dafs diese Haut, mit Ausnahme einer sehr dünnen, kaum wahrnehmbaren oberflächlichen Schicht durch und durch aus einem und demselben Gewebe gebaut ist, dafs die Fasern sich sehr innig mit einander verfilzen, so dafs bei der verhältnismässigen Dicke der Membran und der Anwesenheit einer die Fasern zusammenhaltenden Bindesubstanz, die sich nur in alkalischem Wasser nach Stunden langem Stehen merklich löst, gröfsere Spalten nicht leicht vorkommen, um so weniger, als auch durch Vermeidung vorhergehenden Trocknens keine Gelegenheit zur Bildung von Rissen und Sprüngen gegeben ist. Von anderen Membranen habe ich *Collodiumhäute* und *vegetable parchment* versucht. Sobald ich aber nur zwei Versuche durch dasselbe Membranstück unter denselben Umständen hinter einander anstellte, kamen Differenzen in den Resultaten zum Vorschein, die so grofs waren, dafs sie die Einflüsse anderer näher zu untersuchender Umstände theilweise oder völlig verdeckt haben würden. Die mit dem letzteren Product erhaltenen Resultate habe ich in meinen Beiträgen als Beweis des eben Gesagten mitgetheilt¹⁾. Auf die Anwendung des Collodiums als Diffusionsmembran komme ich bei einer anderen Gelegenheit zurück. Nur die Hornhaut kann sich mit dem Rinderpericardium messen, sie besteht aber auch wesentlich aus demselben Gewebe. Doch ist sie nicht so bequem zu handhaben, als jene Haut, und wegen ihrer gröfsen Dichte geht die Diffusion durch sie nur sehr langsam von statten²⁾.

1) Bd. II, S. 31.

2) Beiträge Bd. II, S. 41.

Als Salz wählte ich für meine ersten Versuche *Chlornatrium*. Ich traf diese Wahl hauptsächlich aus dem Grunde, weil ich es hier mit einem Salze zu thun hatte, das bei den verschiedensten Temperaturen nahezu gleiche Löslichkeit besitzt. Mit veränderlicher Temperatur können sich also wohl die endosmotischen Strömungen ändern, nicht aber auch zugleich die Beziehungen zwischen den die Lösung bildenden Körpern, was, wenn es stattfindet, die Wirkungen der Temperatur für den Hydrodiffusionsproceß nicht rein hervortreten läßt. Das Einzelne meines Verfahrens gestaltete sich folgendermaßen. In eine mit *feuchter* Blase überbundene Röhre gab ich eine gewogene Menge gut geglähten, dann gepulverten, hierauf nochmals erwärmten und über Schwefelsäure erkalteten chemisch reinen Chlornatriums. Zu ihm fügte ich eine gleichfalls gewogene Menge gesättigter Lösung desselben Salzes; dieß that ich deshalb, damit vom Anfang des Versuches an gleich gelöstes Salz vorhanden wäre und das Salz nicht erst Wasser durch die Membran zu seiner Lösung aufzunehmen brauchte. Hieraus berechneten sich die eingeführten Salz- und Wassermengen. Diese Röhre senkte ich in destillirtes Wasser, welches ich entweder öfters wechselte, oder in so großer Menge anwandte, daß, so lange als der Versuch dauerte, diese Flüssigkeit als unverändert angesehen werden konnte. Die Salzlösung in der Röhre wurde zum Oefteren umgerührt und der Versuch zu einer Zeit unterbrochen, wo die Röhre noch ungelöstes Salz enthielt. Es war also auch die innere Flüssigkeit constant geblieben. Um Druckdifferenzen auszuschließen, wurde die Diffusionsröhre so tief eingesenkt, daß sich die resp. Höhen umgekehrt wie die spec. Gewichte von concentrirter Salzlösung und Wasser verhielten. Ich habe mich indeß durch besondere Versuche überzeugt, daß auf diesen Umstand, welcher sonst bisweilen sehr ängstlich hervorgehoben wird, nicht viel ankommt. Die endosmotische Kraft befördert in derselben Zeit durch eine Membran einen unvergleichlich größeren Strom durch, als ein hydrostatischer Druck, welcher weit die Größe

übersteigt
gleich
nur auf
dünnen
Weise
dieß an
Punkt,
zurück.
des "Diff
vorhand
mit der
des Sal
dere E
träge
Aequiv
zwei M
nach e
2,83;
folgend
bran la
aufbew
suche
befried
noch
diesen
Herzbe
ich hier
wartet
vielen,
3,1 u
begeg
Ueber
zu ha
ich in
naues
ging i
Pogg

übersteigt, die sich ergibt, wenn man beide Flüssigkeiten gleich hoch stellt. Diese Bemerkung bezieht sich natürlich nur auf die von mir angewendeten Membranen; bei sehr dünnen Scheidewänden, die sich aber wegen der möglicher Weise vorhandenen defecten Stellen nicht empfehlen, mag diels anders seyn. Ich komme später noch einmal auf diesen Punkt, die Einwirkung des Druckes auf die Endosmose, zurück. Durch Analyse des Inhaltes der Röhre am Ende des Diffusionsversuches erhielt ich Kenntnifs von dem nun vorhandenen Salz und Wasser und ein Vergleich beider mit den eingeführten Mengen gab Kenntnifs von der Gröfse des Salz- und Wasserstromes. Ueber diese und noch andere Einzelheiten der Methode, vergl. man Bd. I der Beiträge S. 114. Die ersten Versuche, auf diese Weise das Aequivalent des Kochsalzes zu bestimmen, ergaben mir für zwei Membranen, durch welche jede ich zwei Versuche nach einander ausführte, als Werthe die Zahlen 2,82; 2,81; 2,83; 2,83. Selbst wenn ich zwischen den auf einander folgenden Versuchen bei anderen Proben der Art die Membran längere Zeit in Wasser, nur bei niedriger Temperatur aufbewahrte, damit keine Fäulnifs eintrat, oder *mehre* Versuche durch sie anstellte, erhielt ich immer noch eine sehr befriedigende Uebereinstimmung derselben, die sich stets noch auf die erste Decimale erstreckte. Wendete ich zu diesen Versuchen die verschiedensten Stücke desselben Herzbeutels, oder solche von andern Individuen an, so fand ich hier zwar Unterschiede, aber viel kleinere als ich erwartet hatte. Für den Kalbsherzbeutel bin ich bei den vielen, von mir angestellten Versuchen den Zahlen 2,8 bis 3,1 und für den vom Ochsen oder der Kuh 3,0 bis 3,3 begegnet. Bei meinen Vorgängern habe ich eine solche Uebereinstimmung nicht gefunden, und ich glaube Ursache zu haben mit meiner Methode zufrieden zu seyn, wobei ich indeß noch darauf aufmerksam mache, dafs sie ein genaues Arbeiten in jeder Beziehung verlangt. Erst jetzt ging ich dazu über, den Einflufs der verschiedenen Um-

stände zu studiren, von welchen ich mir das Aequivalent abhängig denken konnte. Zunächst nahm ich die *Temperatur*¹⁾ vor. Die Versuche bei niedrigerer Temperatur stellte ich zum Theil im Winter in einem gegen Norden gelegenen Zimmer an, in welchem, namentlich an regnerischen Tagen, die Temperatur sehr constant blieb, zum Theil im Sommer in einem zu dieser Zeit leeren Eiskeller und den Vorräumen zu diesem. Die Versuchsflüssigkeiten selbst wurden vor ihrer Anwendung in diesen Räumen längere Zeit aufbewahrt, so dafs man sicher war, dafs sie deren Temperatur wirklich angenommen hatten. Die letztere selbst wurde immer durch ein Thermometer bestimmt, welches in die äufsere Endosmosenflüssigkeit, Wasser, tauchte, da ein in der Luft hängendes Thermometer nur selten mit einem in einer Flüssigkeit stehenden correspondiren wird. Bei den höheren Temperaturen standen die Gläser, welche das Wasser enthielten, in welche diffundirt werden sollte, in einem grofsen Wasserbade. Das Wasser desselben wurde anfangs auf einen höheren Temperaturgrad erwärmt, als der, bei welchem ich den Versuch anstellen wollte, und erst beim Rückgang des Thermometers, welches bei der Gröfse des Wasserbades sehr langsam geschah, führte ich den Versuch aus. Durch ein und dasselbe Membranstück wurde mindestens ein Versuch bei höherer und einer bei niedriger angestellt; der erstere meist zuerst, damit, da ich mit den Aequivalenten bei im Allgemeinen niedrigen Temperaturen bekannt war, ich ein ungefähres Urtheil darüber haben konnte, ob sich die Membran bei der höhern Temperatur wesentlich geändert hatte. War diefs der Fall, so mufste das Aequivalent bei niedriger Temperatur merklich von dem bereits bekannten abweichen. Ich gebe hier folgende Tabelle:

1) Beiträge, Bd. I, S. 118 und 119.

M
Vor
wähl
keine
lentes
keine
keitse
des K
solch
tion
schie
theile
den
Salzle
dene
wird
in Be
ser-
Ich
mit F
In
geben
lentes
Seite
richte
Ange
Da e
so v
träge

Nummer der Membranen	Temp.	Aequiv.	Nummer der Membranen	Temp.	Aequiv.
1	19,6	2,85	3	8,6	2,88
1	8,4	2,85	3	25,6	2,80
			3	14,5	2,80
2	20,6	2,81	4	43,5	2,91
2	8,4	2,84	5	36,0	2,80

Man ersieht hieraus, daß die Temperatur unter der Voraussetzung, daß sie nicht so hoch oder so niedrig gewählt wird, daß sie dauernd die Membran verändert, *keinen Einfluss auf die Größe des endosmotischen Aequivalentes ausübt*. Es versteht sich von selbst, daß dieser Satz keine Anwendung auf ein Salz gestattet, dessen Löslichkeitscurve als abhängig von der Temperatur, nicht wie die des Kochsalzes mit der Abscissenaxe parallel ist. Für ein solches ist es schon möglich, daß bei gleicher Concentration das Aequivalent für verschiedene Temperaturen verschieden gefunden wird, da die Beziehungen der Bestandtheile der Lösung bei verschiedenen Temperaturen verschieden seyn kann. Ergeben sich wirklich für eine derartige Salzlösung bei gleichbleibender Concentration für verschiedene Temperaturen verschiedene Aequivalentwerthe, so wird man daraus möglicherweise Schlüsse ziehen können in Bezug auf das Verhalten der Anziehung zwischen Wasser- und Salztheilchen bei verschiedenen Temperaturen. Ich habe bisher noch nicht Zeit gehabt, Untersuchungen mit Rücksicht auf diese Ansicht anzustellen.

In früheren Endosmosenarbeiten wird mehrfach angegeben, daß für die Größe des endosmotischen Aequivalentes es nicht gleichgültig sey, ob die glatte oder rauhe Seite der angewendeten Membran gegen die Salzlösung gerichtet ist. Ich habe daher, um ein eignes Urtheil in dieser Angelegenheit zu haben, auch diesen Umstand untersucht. Da er mir indess von geringerem Gewicht zu seyn scheint, so verweise ich in Bezug der Einzelheiten auf die Beiträge¹⁾ und begnüge mich hier mit der bloßen Angabe

1) Bd. I, S. 121 bis 124.

des Resultats. Bei Anwendung des Pericardiums des Kalbes habe ich in der That einen kleinen Unterschied bemerkt, der dahin geht, daß, wenn die raue Seite gegen die Salzlösung gerichtet ist, das Aequivalent ein wenig *niedriger* ausfällt, als wenn das Umgekehrte stattfindet. Bei Anwendung des Herzbeutels der Kuh oder des Ochsen haben weder ich noch Diejenigen, welche Untersuchungen über Endosmose in meinem Laboratorium angestellt haben, etwas Aehnliches bemerkt. Bisher bin ich diesem Punkte nicht näher nachgegangen, um auszumitteln, ob sich dieser Unterschied *stets* zeigt und worin er seinen Grund hat. Möglich ist es schon, daß dieselbe Membran bei Thieren verschiedenen Alters einen solchen Unterschied zeigen kann. Die sogenannte glatte Seite besteht aus einer dünnen oberflächlichen Schicht eines anderen Gewebes, als das ist, aus welchem sich der Rest des Herzbeutels zusammensetzt. Bei erwachsenen Thieren nun ist wegen der Dicke jener Membran, die oberflächliche Schicht fast verschwindend gegen den Rest, was bei dem dünneren Kalbsherzbeutel vielleicht nicht der Fall ist, wo die Wirkung der erstern Schicht gegenüber der des Restes im Gesamteresultat sich noch geltend machen kann.

Da mir die frischen Membranen so übereinstimmende Resultate gegeben hatten, untersuchte ich jetzt, welchen Einfluß es wohl auf das Aequivalent haben würde, wenn ich jene mehr oder weniger tief eingreifenden Veränderungen unterwürfe. Indefs beschränkte ich mich hier darauf, die Membranen in verschiedenem Grade einzutrocknen, oder ihnen durch Behandlung mit Weingeist das Wasser zu entziehen und dann entweder unmittelbar, oder nach vorgängigem Aufweichen für sie das Aequivalent des Kochsalzes zu bestimmen. Dabei stellte sich das Resultat heraus, daß trockene Membranen stets ein *höheres* Aequivalent geben, als frische oder wiederaufgeweichte. Ich sah unter diesen Umständen das Aequivalent des Kochsalzes unter Anwendung des Kalbsherzbeutels bis 3,98 wachsen¹⁾.

1) Beiträge I, S. 126 — 127.

Aeh
rium
wen
feuc
für
höhe
Erhö
Adm
der
Diff
dien
frisc
net,
in V
gleich
des
Wat
Wat
End
das
such
schw
Vers
bran
Sals
stan
letzt
Ich
oft
nahm
des
jedo
zu l

- 1))
- G
- 2))
- 3))

Aehnliche Versuche hat Hoffmann in meinem Laboratorium für das schwefelsaure Natron, ebenwohl unter Anwendung von Pericardium, ausgeführt¹⁾. Für den frischen, feuchten Zustand desselben fand er den mittleren Werth 5,1, für den getrockneten sah er ihn bis zu 9,5 und selbst noch höher steigen. Um mich über die nähern Ursachen dieser Erhöhung aufzuklären, veranlaßte ich einen Schüler, A. Adrian²⁾ die Diffusion durch getrocknete Membranen in der Art genauer zu studiren, daß er die Größe beider Diffusionsströme für gleiche Zeiten in verschiedenen Stadien der Aufweichung bestimme. Es wurden demgemäß frische Membranen auf Röhren gebunden, darauf getrocknet, mit Kochsalz und Kochsalzlösung wie früher gefüllt, in Wasser gesenkt und nun in auf einander folgenden gleichen Zeiten beide Diffusionsströme bestimmt. Die Größe des Salzstromes wurde gefunden durch Verdampfung des Wassers, in welche die Diffusion geschah; die Größe des Wasserstroms ergab sich aus der Gewichtsdiﬀerenz der Endosmosenröhre nach und vor dem Versuch, vermehrt um das Gewicht des ausgetretenen Salzes. Bei dieser Untersuchung ergab sich, wie es schon Schmidt³⁾ für das schwefelsaure Natron, jedoch ohne Mittheilung specieller Versuche, ausgesprochen hatte, daß, wenn trockne Membranen zu Hydrodiffusionsversuchen benutzt werden, der *Salzstrom allmählich wächst, dagegen der Wasserstrom constant bleibt*. Für mich persönlich besteht indeß über den letzteren Theil dieser Behauptung noch ein kleiner Zweifel. Ich habe die Versuche vielfach mitgemacht und es hat mir oft vorkommen wollen, als ob gleichzeitig neben der Zunahme des Salzstromes auch noch eine kleine Abnahme des Wasserstromes stattfände. Kommt sie vor, so ist sie jedoch sehr klein. Hierauf suchte ich den Einfluß kennen zu lernen, welchen die *Richtung der Diffusionsströme* auf

1) Hoffmann. Ueber das endosmatische Aequivalent des Glaubersalzes. Gießen 1858. S. 12 ff.

2) Meine Beiträge Bd. II, S. 185.

3) Diese Annalen Bd. CII, S. 122.

die GröÙe des Aequivalentes ausübt. Von vornherein habe ich diesen Umstand nicht von Bedeutung für letzteres gehalten, da es nicht wahrscheinlich ist, daß durch ihn die Molecularanziehungen fühlbar sollten beeinflusst werden. Indefs forderte mich zu dieser Untersuchung die von Fick¹⁾ gemachte Behauptung auf, daß wenn der Salzstrom in der Membran von unten nach oben gerichtet sey, unter übrigen gleichen Umständen *mehr* Salz durchgeführt werde, als wenn er die umgekehrte Richtung nehme und daß in Folge davon das Aequivalent um beiläufig eine Einheit *kleiner* ausfalle. Im Laufe meiner Untersuchungen habe ich mich zweimal zu verschiedenen Zeiten mit der Untersuchung dieser Frage beschäftigt. Bei der *ersten* Versuchsreihe hatte ich lediglich den Zweck im Auge, die Abhängigkeit des Aequivalentes von dem bemerkten Umstand zu studiren, wobei es also nicht nothwendig war, die absolute Stärke der Diffusionsströme für *gleiche* Zeiten zu bestimmen, wodurch die Untersuchungen vereinfacht wurden. Die Versuche richtete ich so ein, daß durch dasselbe Membranstück, ohne es von der Röhre abzubinden, zum mindesten zwei Versuche mit verschiedener Richtung der Diffusionsströme angestellt wurden. Von den gewählten Diffusionsrichtungen ging in der einen der Salzstrom von oben nach unten, in der anderen war er senkrecht auf dieser Richtung. Die Diffusionsröhre für diese Versuche bestand aus zwei Stücken. Das eine war an dem Ende, an welchem die Membran aufgebunden wurde, halbkugelig erweitert, am andern ging es in eine engere, etwa einen Zoll lange Röhre über. Das andere war eine Kugel, welche an dem einen Ende in eine kurze, an dem anderen in eine lange Ansatzröhre überging. Die kurzen Ansätze beider Stücke wurden durch eine dickwandige Röhre vulkanisirten Kautschuk's mit einander verbunden, welche in einer Lösung von kaustischem Natron ausgekocht und hernach außen mit heißem Fett überzogen worden war. Die Kugel des zweiten Stückes hatte den Zweck merkliche hy-

1) Diese Annalen Bd. 92, S. 335.

drostat
serstro
die H
sie ein
und e
stand.
Memb
mäÙsig
Vorrie
len Z
Diffus
öfters
welch
stigt
stande
dende
Bd. I
Tabel

Frische
digen
Dasselb
Liege
Dasselb
Liege
Dasselb
Liege
Dasselb
Liege
Ein
72st
bis
Dasselb
Liege
Dasselb
Liege

Be
absich

drostatische Druckdifferenzen durch den eindringenden Wasserstrom zu verhüten, indem beim Beginn des Versuches die Höhe der innern Flüssigkeit so angeordnet wurde, daß sie ein wenig unter dem größten Durchmesser der Kugel und ein wenig niedriger als der äußere Wasserspiegel stand. Wenn die Diffusionsströme horizontal durch die Membran gehen sollten, so wurde das Kautschukstück zweckmäßig gebogen und in dieser Lage durch eine passende Vorrichtung festgehalten. Damit die innere Lösung zu allen Zeiten und an allen Stellen der Membran in *beiden* Diffusionsrichtungen concentrirt sey, mußte man dieselbe öfters umrühren. Diefs geschah mit Hülfe eines Pinsels, welcher an einem langen, dünnen, biegsamen Stiel befestigt war. Von der genauen Berücksichtigung dieses Umstandes hängt wesentlich das Resultat ab. Die entscheidenden meiner Versuche finden sich auf S. 136 und 137 Bd. I der Beiträge. Ich gebe aus der dort mitgetheilten Tabelle den folgenden Auszug.

Membran	Diffusionsrichtung	Aequivalent
Frischer Herzbeutel vom Kalb nach 72stündigem Liegen in aq. dest.	↓	2,94
Dasselbe Membranstück nach 16stündigem Liegen in aq. dest.	→→	2,91
Dasselbe Membranstück nach 18stündigem Liegen in aq. dest. *	→→	2,54
Dasselbe Membranstück nach 17stündigem Liegen in aq. dest.	↓	2,98
Dasselbe Membranstück nach 17stündigem Liegen in aq. dest.	→→	2,94
Ein neues, frisches Membranstück nach 72stündigem Liegen in aq. dest. bei 2 bis 3° R.	→→	2,83
Dasselbe Membranstück nach 17stündigem Liegen in aq. dest. bei 3 bis 4° R. *	→→	2,71
Dasselbe Membranstück nach 17stündigem Liegen in aq. dest. bei 2 bis 3°.	↓	2,97

Bei den mit einem * bezeichneten Versuchen wurde die innere Lösung absichtlich mangelhaft umgerührt.

Aus diesen und ähnlichen Versuchen ist ersichtlich, daß die Richtung der Diffusionsströme keinen Einfluß auf die GröÙe des endosmotischen Aequivalentes hat, vorausgesetzt natürlich, daß bei der Ausführung der Versuche kein anderer Umstand mit hineingetragen wird, welcher die GröÙe des Aequivalentes mitbestimmt, und wohin namentlich die veränderliche Concentration der Salzlösung zählt. Bei der zweiten, später angestellten Versuchsreihe hatte ich nur die Untersuchung der Diffusionsgeschwindigkeit als abhängig von der Diffusionsrichtung im Auge. Ich berücksichtigte dabei nur den Salzstrom und stellte durch ein und dasselbe Membranstück eine gröÙere Anzahl von Versuchen mit den Diffusionsrichtungen fortwährend abwechselnd an. Natürlich sind nur je zwei solcher Versuche mit einander vergleichbar, bei denen die Temperatur dieselbe ist, da letztere zwar keinen Einfluß auf das Aequivalent, wohl aber auf die Diffusionsgeschwindigkeit ausübt. Die hierher gehörigen Versuche finden sich S. 15 und 16 Bd. II. Ich setze daraus die folgende Tabelle her:

Zeit	Diffusionsrichtung	Durchgegangene Salzmenge	Temp.	Zeit	Diffusionsrichtung	Durchgegangene Salzmenge	Temp.
10 ^h 53	↑	0,259	10,7	12 ^h 44	→	0,272	10,8
11 ^h 23	↑		11,1	1 ^h 14	→		11,0
11 ^h 29	→	0,279	10,8	1 ^h 17	↑	0,311	11,1
11 ^h 59	→		11,2	1 ^h 47	↑		11,3
12 ^h 4	↑	0,293	10,8	1 ^h 52	→	0,284	11,0
12 ^h 34	↑		11,1	1 ^h 22	→		11,3

Man ersieht hieraus, daß auch die GröÙe des Salzstromes von der Diffusionsrichtung unabhängig ist. Wenn noch kleine Differenzen vorkommen, so muß bemerkt werden, daß sie bei Versuchen dieser Art, wo eine ganze Reihe von Manipulationen auszuführen ist, verhältnißmäßig klein sind und um so mehr schwinden, als man bemüht ist, die Concentration stets gleich zu erhalten, was bei horizontaler Diffusionsrichtung nicht so vollkommen als bei

verticaler zu erreichen ist. Auf keinen Fall aber deuten diese Erfahrungen darauf hin, dafs, wie Fick meint, der Salzstrom *gröfser* sey, wenn das Salz von unten nach oben durch die Membran wandere, als wenn das Umgekehrte stattfindet. Worin die Ursache der Nichtübereinstimmung meiner und Fick's Versuche liege, kann ich nicht angeben, wohl aber kann ich mir nach meinen Erfahrungen eine Combination von Umständen denken, welche ein dem meinen entgegengesetztes Resultat erzeugen mufs. Gesetzt nämlich, man arbeite mit einer Membran, welche vorher mehr oder weniger ausgetrocknet war und bestimme zuerst für sie das endosmotische Aequivalent und die Gröfse des Salzstromes, wenn der Salzstrom von unten nach oben geht, und lasse dann eine analoge Bestimmung für die umgekehrte Richtung folgen; so mufs jetzt, da inzwischen, wie oben gezeigt wurde, die Membran für den Salzstrom durchgängiger geworden ist, *mehr* Salz durchgehen und in Folge davon das endosmotische Aequivalent *kleiner* werden. Nachdem ich mich so über das endosmotische Aequivalent des Kochsalzes belehrt hatte, veranlafste ich E. E. Hoffmann in gleicher Weise für eine Anzahl von Salzen und anderen Körpern die Aequivalente zu bestimmen. Sie sind sämtlich mit dem Herzbeutel des Ochsen angestellt und gelten nur für *concentrirte Lösungen* bei den bezüglichen Temperaturen. Man kann also daraus keinen Vergleich der endosmotischen Aequivalente der verschiedenen Körper entnehmen. Folgendes ist ein Auszug aus den gefundenen Resultaten.

Körper	Aequivalent	Temp.	Körper	Aequivalent	Temp.
Salpetersaurer Baryt	0,391	° R. 10—16	Kohlensaures Natron + 10 Aeq. aq.	5,5	10—12
Salpetersaurer Harnstoff	0,842	12—13	Schwefelsaures Natron	3,1	11—14
Jodkalium	1,1	10	Rohrzucker	10,1	10—13
Salpetersaures Kali	1,2	11—17	Schwefelsaure Magnesia + HO	12,5	5—12
Harnstoff	2,0	12	2 NaOPO ₃ HO	16,3	3—4

Bezüglich des Aequivalentes restirt noch ein Umstand, der einer besonderen Untersuchung bedarf, nämlich die Abhängigkeit desselben von der Concentration der Lösungen. Ich habe indess diesem Punkte keine getrennte Untersuchung gewidmet, sondern ihn im Zusammenhang mit der *Diffusionsgeschwindigkeit* studirt. Die Bestimmung dieser Gröfse bildet den zweiten Haupttheil meiner Arbeiten¹⁾. Ich begann mit Versuchen, welche den Zweck haben sollten, mich darüber zu belehren, in wie weit man bei der Anwendung thierischer Membranen sicher seyn könne, dafs, alle anderen Umstände gleich gesetzt, in gleichen auf einander folgenden Zeiten die Gröfse der Diffusionsströme dieselbe bleibe. Ausserdem war diese Prüfung noch durch den Umstand geboten, dafs Fick kurz zuvor in Folge von an Collodiumhäuten angestellten Versuchen, die von ihm aufgestellte Unterscheidung zwischen der Diffusion durch *Poren* und der durch *Molecularräume* wesentlich auf den Umstand gestützt hatte, dafs bei der letzteren mit wachsender Zeit der Salzstrom bei gleichbleibendem Wasserstrom zunehmen und folglich das endosmotische Aequivalent abnehmen solle. Ich will zuerst von meinen Versuchen berichten und am Ende dieser Arbeit auf den erwähnten Unterschied zurückkommen. Die Membranen waren die früheren, stets frisch und feucht ohne vorhergegangene Trocknung angewandt. In die mit solchen überbundene Röhren gab ich den frühern Inhalt und liess dann in gewogene Wassermengen diffundiren, welche an den Enden gleicher Zeiten gewechselt wurden. Der Salzstrom ergab sich durch Verdampfung der angewendeten Wassermengen, der Wasserstrom durch Wägung der Diffusionsröhre vor und nach jedem Versuch, indem jener gleich ist der sich ergebenden Gewichts Differenz vermehrt um das Gewicht des ausgetretenen Salzes. Die Versuche wurden bei gleichbleibender Temperatur in dem oben angegebenen Raume angestellt. Durch besondere Vorversuche überzeugte ich mich, dafs die gewöhnlich angewendete Wassermenge wäh-

1) Beiträge Bd. II in verschiedenen Aufsätzen.

rend
Salz k
sentlic
Ich se

Zeit de

10
10
10
10
11
11
11
am folg
10
10
10
11

Hie
hältni
als auf
dirte i
14 Stu
halben
sultate
II. Bd.
keine
gefunden
halbe
ist, da
Zeit be
menger
nachfo
die sp
men, o
1) Bei

rend der einzelnen Versuche durch das in sie diffundirte Salz keine solche Aenderung erlitt, dafs dies einen wesentlichen Einflufs auf die Gröfse des Salzstromes ausübte. Ich setze einen solchen Vorversuch hierher ¹⁾:

Zeit des Versuchs	Angewandte Wassermenge	In 30' durchgegangene Salzmenge	Temp.
9 ^h 37	40 Grm.	0,328	4,8
10 ^h 7			
10 ^h 9	mehr als das doppelte	0,327	4,6
10 ^h 39			
10 ^h 43	40 Grm.	0,339	5,1
11 ^h 13			
11 ^h 16	mehr als das doppelte	0,328	5,1
11 ^h 46			
am folgenden Tage			
10 ^h 1	40 Grm.	0,334	4,7
10 ^h 31			
10 ^h 33	mehr als das doppelte	0,325	4,5
11 ^h 3			

Hiernach war ich sicher, dafs für die gewählten Verhältnisse ich mit einer Wassermenge von 50 bis 60^o Grms. als äufsere Diffusionsflüssigkeit ausreichte. Hierauf diffundirte ich nun durch eine Membran 8, durch eine andere 14 Stunden ohne Unterbrechung und bestimmte nach jeder halben Stunde den durchgegangenen Salzstrom. Die Resultate dieser Versuchsreihe finden sich S. 8 und 9 im II. Bd. der Beiträge und beweisen auf das Deutlichste, dafs keine Zunahme des Salzstromes während dieser Zeit stattgefunden hat. In diesen Versuchen schlofs ich die erste halbe Stunde der Diffusion aus, weil es selbstverständlich ist, dafs, da der Diffusionsprocefs zu seiner Herstellung Zeit bedarf, die in den ersten Zeiten durchgegangenen Salzmen gen etwas geringer ausfallen müssen, als die in den nachfolgenden hindurch beförderten. Es wird immer auf die speciellen Verhältnisse der Versuchsanordnung ankommen, ob dieser Einflufs fühlbar ist, oder nicht. In einigen

1) Beiträge Bd. II, S. 7.

Versuchen nahm ich die Bestimmung des Salzstromes von der Zeit an vor, zu der ich die Endosmosenröhre einsenkte; aber selbst in diesem Fall kam kein constanter Unterschied zwischen dieser und den folgenden Bestimmungen vor, nur bisweilen fiel die erste niedriger als die spätere aus. Man mußte also die Zeiten noch kürzer als eine halbe Stunde wählen, um diesen Umstand zu beobachten.

In einer weiteren Versuchsreihe berücksichtigte ich auch den Wasserstrom und kam somit zu einer Bestimmung des Aequivalentes als etwa abhängig von der Zeit. Ich setze hierüber eine Tabelle in ihrem ganzen Umfange her, da sie geeignet ist, ein vollständiges Bild der Diffusionsströme während einer längern Dauer der Diffusion zu geben. Die Versuche begannen, nachdem vorher eine halbe Stunde, ohne Bestimmungen zu machen, diffundirt worden war ¹⁾.

Zeit	Salzstrom	Wasserstrom	Aeq.	Temp. ° R.
Mai 24				
9 ^h 7	0,444	1,415	3,2	13,8
9 37				14,4
9 44	0,431	1,374	3,1	14,4
10 44				14,0
10 24	0,449	1,434	3,2	14,7
10 54				14,3
11 1	0,437	1,403	3,2	14,7
11 31				14,3
11 50	0,464	1,488	3,2	14,7
12 20				14,4
12 31	0,457	1,393	3,0	14,6
1 1				14,5
1 13	0,463	1,476	3,2	14,6
1 43				14,4
1 53	0,472	1,476	3,1	14,6
2 23				
2 34	0,466	1,484	3,2	14,7
3 4				
3 13	0,440	0,440	3,1	14,3
3 43				

1) Siehe Beitrage Bd. II, S. 18 und 19.

Zeit	Salzstrom	Wasserstrom	Aeq.	Temp. ° R.
Mai 24				
3 ^h 52				
4 22	0,433	1,369	3,2	14,4
4 30				
5 0	0,442	1,312	3,0	14,9

Membran bei 9° R. ausgewässert, bis

Mai 25				
9 ^h 45				14,4
10 15	0,456	1,530	3,3	14,0
10 23				
10 53	0,473	1,535	3,2	14,4
11 1				14,5
11 31	0,466	1,629	3,4?	14,4

Membran bei 9° R. ausgewässert, bis

Mai 26				
9 ^h 7				14,6
9 37	0,457	1,574	3,4	14,2
9 45				14,4
10 15	0,447	1,439	3,2	14,0
10 25				14,4
10 55	0,463	1,539	3,3	14,2

Hiernach ist also auch der Wasserstrom und das Aequivalent constant, wenn man von der kurzen Zeit absieht, welche die Diffusionsströme, wie jede andere Bewegungserscheinung, nöthig haben, um bis zu ihrer vollen Stärke anzuschwellen. Wir werden nun später zu prüfen haben, ob diese Eigenschaft wirklich zu der Behauptung berechtigt, daß wir es hier gar nicht mit einer ächten, durch Molecularräume geschehenden Hydrodiffusion zu thun haben. Einstweilen fahren wir mit der Untersuchung der Umstände fort, welche die Diffusionsgeschwindigkeit beherrschen. Wir nehmen zunächst die *Temperatur* vor. Daß mit der Erhöhung derselben die Diffusionsgeschwindigkeit zunimmt, ist seit der Entdeckung der Endosmose zum Oefteren hervorgehoben worden, von Niemand aber ist ein *Gesetz* aufgestellt worden, nach welchem sich diese Zunahme richtet.

Die Versuche, welche ich über diesen Punkt angestellt habe, finden sich S. 27 bis 30 des 2. Bandes der Beiträge. Es würde hier zu viel Raum wegnehmen, wenn ich die Einzelheiten meines Verfahrens und die erhaltenen Zahlenresultate im Detail mittheilen wollte. Wer davon Kenntniss zu nehmen wünscht, um sich ein Urtheil über den Werth jener Versuche zu bilden, findet sie am angeführten Orte. Ich begnüge mich damit, das aufgefundenen Gesetz anzuführen. Dieses besagt, dass der Salzstrom und, da, wie früher gezeigt wurde, das *Aequivalent* von der Temperatur unabhängig ist, ebenso der Wasserstrom von der Temperatur in der Weise abhängig sind, dass diese Abhängigkeit ausgedrückt werden kann durch eine Gleichung von der Form:

$$y = \alpha + \beta t + \gamma t^2$$

worin y den Salz- oder Wasserstrom, t die Temperatur die übrigen Gröfsen besonders zu bestimmende Coëfficienten bezeichnen. Ich setze eine Versuchsreihe hierher. Die Bestimmung der Coëfficienten ergab für den Salzstrom die Gleichung:

$$y = 0,1738 + 0,01503t + 0,0000599t^2.$$

Temp. ° R.	Berechnete Salzmenge	Beobachtete Salzmenge
8,0	0,298	0,303
9,6	0,324	0,364
13,8	0,393	0,396
18,3	0,469	0,474
22,5	0,542	0,549
26,0	0,604	0,628

Die aufgestellte Gleichung gilt streng genommen nur zwischen den Temperaturen 8 bis 26° R.; wahrscheinlich darf man sie noch auf einige Grade auf und abwärts anwenden; entfernt man sich aber weit von jenen, so muss sie jedenfalls modificirt werden.

Wir kommen jetzt zu einem der wichtigsten Punkte, der Abhängigkeit der *Diffusionsgeschwindigkeit* von der *Concentration*. Wir benutzen diese Gelegenheit, um dabei

auch
valen
hand
welch
sung
Ansta
dafs
Anfa
sich
die
entsp
die
suche
wisse
falls
folgt
centr
entsp
nesw
es d
zelne
zu e
fsere
tete
besch
liefs,
rend
beson
unge
nicht
werd
der
Diffu
ich n
Aequ
komm
1) I

auch die noch nicht beschriebene Abhängigkeit des *Aequivalentes* von der Concentration zu erledigen. Zunächst handelt es sich darum, eine Methode ausfindig zu machen, welche uns bei *gleichbleibender Concentration* der Salzlösung die Diffusionsströme zu bestimmen erlaubt. Ich habe Anstand genommen, die Versuche in der Weise anzustellen, daß man, wie es häufig geschieht, für jeden Versuch die Anfangs- und Endconcentration ermittelt und das daraus sich ergebende Mittel für die Concentration nimmt, welchem die aus dem Versuche sich ergebenden Diffusionsströme entsprechen. Dieses Verfahren setzt nämlich voraus, daß die Diffusionsgeschwindigkeit während des einzelnen Versuches der wechselnden Concentration proportional sey. Wir wissen aber noch nicht, ob dem so sey, und wenn daher, falls die Diffusionsgeschwindigkeit einem anderen Gesetze folgt, während eines Versuches die Anfangs- und Endconcentration nur einigermassen weit aus einander liegen, so entspricht die beobachtete GröÙe der Diffusionsströme keineswege der berechneten mittleren Concentration. Ich zog es daher vor, während der ganzen Dauer eines jeden einzelnen Versuches die Salzlösung von derselben Concentration zu erhalten. Diefß geschah in der Weise, daß ich mir gröÙere Volumina verschieden concentrirter Salzlösungen bereitete und sie mittelst einer besonderen, in den Beiträgen¹⁾ beschriebenen Vorrichtung die Endosmosenröhre durchziehen lieÙ, so daß die zur Diffusion benutzte Flüssigkeit fortwährend entfernt wurde. Natürlich hatte ich mich erst durch besondere Vorversuche zu überzeugen, wie viel Flüssigkeit ungefähr die Endosmosenröhre zu durchziehen hätte, um nicht sehr merkbar in ihrer Concentration geändert zu werden, und ob nicht etwa die Schnelligkeit, mit welcher der Abfluß geschieht, einen Einfluß auf die GröÙe der Diffusionsströme habe. Zu diesen Vorversuchen bediente ich mich der *concentrirten Kochsalzlösung*; denn mit ihrem Aequivalent war ich bereits durch die frühern Studien vollkommen vertraut und hatte also darin ein Mittel mehr, die

1) Bd. II, S. 161 ff.

Zuverlässigkeit der Methode zu prüfen. Ich theile eine Reihe dieser Vorversuche mit ¹⁾).

Menge der durch die Endosmosenröhre gegangenen concentrirten Kochsalzlösung	In 30' diffundirte Salzmenge	In 30' durchgegangenes Wasser	Aeq.	Temp.	Procent-Gehalt der abgeflossenen Lösung
50ccm	0,654	1,964	3,0	7,4 7,5	25,31
190	0,664	2,009	3,0	7,5 7,6	26,18
540	0,661	2,035	3,1	7,6	26,37
980	0,648	1,995	3,1	7,6	26,43
2900	0,706	2,246	3,1	7,6	26,48
0 ²⁾)	0,671	2,073	3,1	7,6	26,50

Man ersieht hieraus, dass die Methode gut übereinstimmende Resultate liefert, und dass es vollkommen genügt, wenn während des Versuchs einige hundert Kubikcentimeter Salzlösung durch die Endosmosenröhre streichen.

Nunmehr ging ich zur eigentlichen Untersuchung des Einflusses der Concentration auf die bei der Endosmose in Betracht kommenden Größen über. Zuerst liefs ich verschieden concentrirte Kochsalzlösungen sich gegen reines Wasser austauschen. Durch ein und dasselbe Membranstück liefs ich jedesmal eine concentrirte Kochsalzlösung und dann eine solche von geringerem Procentgehalt, stets in je zwei Versuchen, gehen, aus denen ich das Mittel nahm. Anstatt die von mir angestellten Versuche im Einzelnen mitzutheilen ³⁾, will ich gleich folgende aus denselben abgeleitete Tabelle geben.

1) Siehe diese Vorversuche, Bd. II, S. 166 bis 168.

2) In diesem Versuch wurde die Sättigung der Lösung durch hinzugefügtes Salz erhalten.

3) Beiträge, II. Bd. S. 174 bis 176.

Verhältn
halte d
deten
von

Ma
Wasse
rasche
Salzst
nerhal
ströme
Drück
Proce
lich is
das ge
nalität
keit d
den v
portio
aber i
hältnis
ander
hierhe

Pogg

Verhältniß der Procent-Gehalte der jedesmal angewendeten zwei Salzlösungen, von denen die eine concentrirt.	Verhältniß der Salzströme	Verhältniß der Wasserströme	Mittlere Temperatur
1,5	1,6	1,8	6,3
1,8	2,0	2,2	7,5
2,4	3,2	4,4	14,7
3,0	4,2	6,0	15,1
5,7	3,7	14,3	8,7

Man ersieht hieraus, daß weder die Salz- noch die Wasserströme den Procentgehalten proportional, sondern rascher wachsen, und daß der Wasserstrom stärker als der Salzstrom von dieser Proportionalität abweicht. Nur innerhalb sehr enger Gränzen lassen sich wohl die Diffusionsströme allenfalls den Procentgehalten proportional setzen. Drückt man die Concentration nicht durch Angabe des Procentgehalts der Lösung, sondern, wie es gleichfalls üblich ist, durch den Quotienten des lösenden Wassers in das gelöste Salz aus, so findet ebenwohl keine Proportionalität zwischen der Concentration und der Geschwindigkeit der Diffusionsströme statt. Für den Salzstrom ist nach den vorhandenen Versuchen die Abweichung von der Proportionalität alsdann sehr gering, für den Wasserstrom aber immer noch bedeutend größer. Ich setze das Verhältniß der Salzströme der vorigen Tabelle mit dieser anderen Ausdrucksweise der Concentration noch einmal hierher:

Verhältniß der Concentrationen	Verhältniß der Na Cl Ströme	Abweichung von der Proportionalität mit der Concentration
1,6	1,6	$\pm 0,0$
1,6	1,6	$\pm 0,0$
2,1	2,0	+ 0,1
2,9	3,2	+ 0,3
3,7	3,2	+ 0,5
7,5	6,7	- 0,8

Die Ursache also davon, daß die concentrirtere Lösung ein höheres Aequivalent liefert, liegt darin, daß, obschon beide Ströme *rascher* als die Concentration (in Procenten der Lösung ausgedrückt) wachsen, dieses Wachsthum den Wasserstrom doch in höherem Maafse trifft.

Ich habe noch einige weitere Versuche über die Abhängigkeit der Diffusionsströme und des Aequivalentes von der Concentration angestellt, aber mit der Abänderung, daß ich nicht, wie in den vorhergehenden Versuchen, die Salzlösungen sich gegen reines Wasser, sondern gegen andere *Salzlösungen* austauschen liefs. Dabei wählte ich in einer ersten Versuchsreihe eine concentrirte Lösung, welche sich gegen solche niederer Procentgehalte austauschte. Die Ausführung dieser Versuche findet man in den Beiträgen Bd. II S. 179. Ich füge die folgende Tabelle an:

Größe des Salzstroms für gleiche Zeiten	Größe des Wasserstroms für gleiche Zeiten	Aeq.	Temp.	Procentgehalt d. Salzlösungen	Verhältniß d. Differenzen der Procentgehalte d. diff. Lösungen	Verhältniß der Salzströme
1,291	4,462	3,4	9,6	15,1	}	1,87
			9,7			
2,381	7,420	3,1	9,5	5,2		
			9,6		}	1,86
1,002	3,614	3,5	10,5	15,7		
			10,9			
2,158	7,385	3,4	10,3	5,3	}	2,14
			10,5			
			11,3			
0,986	3,520	3,6	11,6	16,6	}	2,14
			11,6			
2,071	7,174	3,4	11,2	5,3		
			11,3		}	2,14
1,374	4,681	3,4	11,4	16,6		
			11,6			
2,779	9,286	3,3	11,3	5,3	}	1,4
			11,4			
			12,1			
0,783	2,671	3,4	12,2	10,7	}	1,7
			12,2			
1,396	4,292	3,1	12,3	4,5		
			12,3		}	1,5
1,135	4,005	3,5	12,2	4,5		
			12,3			
			12,1		}	1,7
1,808	6,438	3,4	12,2	10,7		

Größe des Salzstroms für gleiche Zeiten

1,474

5,277

1,179

3,681

Aus

1) w

is

V

är

2) d

re

je

Ich

Annähe

beiten

gestatte

In

von glo

mit den

verschie

nen bes

concentrat

gen au

im Pro

tionssca

Differen

will g

Punkt

1) In

in F

Größe des Salzstroms für gleiche Zeiten	Größe des Wasserstroms für gleiche Zeiten	Aeq.	Temp.	Procentgehalt d. Salzlösungen	Verhältniß d. Differenzen der Procentgehalte d. diff. Lösungen	Verhältniß der Salzströme
1,474	4,923	3,3	11,1 11,1	19,0	} 3,0	3,6
5,277	14,868	2,8?	11,4 11,4	4,6		
1,179	3,674	3,1	15,0 15,2	19,1	} 2,9	3,1
3,681	11,07	3,0	15,2 15,3	4,7		

Aus diesen Versuchen erfahren wir, daß:

- 1) wenn in Diffusionsversuchen eine Lösung concentrirt ist, das Aequivalent sich nicht bedeutend mit dem Wechsel der Concentration der anderen Lösung ändert;
- 2) die Salzströme sich nahezu ¹⁾ verhalten wie die Differenzen in den Concentrationen der Lösungen, welche jedesmal zum Austausch kommen.

Ich betrachte jedoch diese Versuche nur als eine erste Annäherung an den wirklichen Sachverhalt, indem die Arbeiten mit so vielen Salzlösungen keine große Feinheit gestatten.

In einer anderen Versuchsreihe liefs ich sich Lösungen von gleichen Differenzen im Salzgehalt austauschen, jedoch mit dem Unterschiede, daß die absoluten Concentrationen verschieden waren. Ich lege jedoch diesen Versuchen keinen besonderen Werth mehr bei, weil ich damals die Concentrationen durch Angabe der Procentgehalte der Lösungen ausdrückte, was nicht richtig ist; gleiche Differenzen im Procentgehalt an verschiedenen Stellen der Concentrationsscale stellen keine Lösungen dar, in denen gleiche Differenzen wirksamer Salztheilchen enthalten sind. Ich will gelegentlich die Versuche mit Rücksicht auf diesen Punkt wiederholen.

- 1) In der hierher gehörigen Abhandlung der Beiträge Bd. II. S. 180 steht in Folge eines *lapsus pennae* fälschlich *umgekehrt*.

Endlich erweist sich die Diffusionsgeschwindigkeit noch abhängig von der *Natur der gelösten Körper*. Um die letzteren in dieser Beziehung mit einander zu vergleichen sind folgende Bedingungen zu erfüllen: es muß die Diffusion der zu vergleichenden Körper durch ein und dasselbe Membranstück geschehen, von welchem zu erweisen ist, daß es sich während der Anstellung der Versuche nicht wesentlich geändert hat; die Temperatur muß in den bezüglichen Versuchen gleich seyn; die Concentration darf sich während des Versuches nicht ändern, und es müssen in gleichen Gewichtstheilen Wasser gleiche Gewichtstheile der zu vergleichenden Körper gelöst seyn (von der Contraction wird man wohl bei dieser Art von Versuchen absehen können). Diese bisher noch nicht publicirten Versuche habe ich in folgender Weise ausgeführt. Sie beschränken sich allerdings nur auf *Chlornatrium*, *Chlorkalium* und *Kalialpeter*. Ich betrachte aber dieselben auch nur als Paradigmen, um daran zu zeigen, auf welche Schwierigkeiten bei der Ausführung man stößt, wenn man allen Bedingungen genügen will. Ich stellte mir zuerst zwei gleich concentrirte Lösungen von Chlornatrium und Chlorkalium dar¹⁾. Die directe Prüfung beider Lösungen ergab, daß in 100 Theilen Wasser gelöst waren: Chlornatrium 29,6; Chlorkalium 29,7. Beide tauschten sich hierauf gegen reines Wasser aus, selbstverständlich ist, daß ich die Concentration durch fortwährendes Abfließen der benutzten Flüssigkeit gleich erhielt. Die Versuche wurden in dem schon mehrfach erwähnten Raum ausgeführt, so daß die Temperatur der verwendeten Flüssigkeiten so constant als möglich war. Mit jeder der beiden Salzlösungen stellte ich zwei Versuche in der Reihenfolge: Chlornatrium, Chlorkalium, Chlorkalium, Chlornatrium an und combinirte dann Versuch I und IV, sowie Versuch II und III zu Mitteln, um die kleinen Schwankungen der Temperatur und etwaige Veränderungen

1) Hier ist unter Concentration der Quotient des lösenden Wassers in das gelöste Salz verstanden.

der M
gleiche

Lös

Chlorn

Chlork

Chlork

Chlorn

Hie

Lös

Chlorn

Chlork

Ni

heit,

Wasse

Ich

fortfal

ich fü

stets v

ten Sa

wenn

heit g

Menge

100 T

aq. g

Sal

20

10

25

20

25

der Membran sich compensiren zu lassen. Ich erhielt für gleiche Zeiten.

Lösung	Größe des Salzstroms	Größe des Wasserstroms	Temperatur	Aeq.
Chlornatrium	0,4698	1,3807	11,5—11,7	2,94
Chlorkalium	0,7173	1,1374	11,8—12,0	1,58
Chlorkalium	0,7383	1,1421	12,0—12,1	1,55
Chlornatrium	0,5098	1,4652	12,5—12,6	2,87

Hieraus erhält man die Mittel:

Lösung	Größe des Salzstroms	Größe des Wasserstroms	Temperatur	Aeq.
Chlornatrium	0,4898	1,4229	12,07	2,90
Chlorkalium	0,7278	1,1397	11,97	1,56

Nimmt man die Werthe für das Chlornatrium als Einheit, so erhält man für Chlorkalium: Salzstrom = 1,48; Wasserstrom 0,80, Aequiv. = 0,537.

Ich will in der Mittheilung der Einzelversuche hier nicht fortfahren, sondern nur die Endresultate angeben, welche ich für Chlorkalium bei anderen Membranstücken, jedoch stets vom frischen Rinderpericardium und anderen absoluten Salzmen gen in gleichen Wassermengen gelöst erhielt, wenn die entsprechende Werthe für Chlornatrium als Einheit genommen wurden.

Menge des in 100 Theilen aq. gelösten Salzes	Salzstrom	Wasserstrom	Aeq.	Temp.
20,0	1,20	0,81	0,63	12,2
10,0	1,27	0,91	0,70	12,1
29,90	1,51	0,81	0,55	12
20,0	1,20	0,73	0,60	12,9
29,7	1,48	0,80	0,54	12,0

In gleicher Weise habe ich auch die Diffusionsgeschwindigkeit des Kalisalpers mit Kochsalz verglichen, worüber mir jedoch nur zwei Versuchsreihen zu Gebote stehen. Ich gebe die Endresultate, die Werthe für Chlornatrium wieder als Einheit genommen.

In 100 Theilen Wasser waren gelöst	Größe des Salpeter- stromes	Größe des Wasserstroms	Aeq.	Temp.
23,8	1,16	0,44	0,39	15,6
11,1	1,11	0,48	0,44	15,9

Nehmen wir die Mittel aus den vorstehenden Endresultaten, so erhalten wir:

Für:	Größe des Salzstromes	Größe des Wasserstroms	Aeq.	Temp.
Chlornatrium	1	1	1	12,0
Chlorkalium	1,39	0,81	0,58	12,3
Kalisalpeter	1,14	0,46	0,42	15,7

Bei den vorstehenden Versuchen ist mir beim Chlorkalium aufgefallen, daß die Verhältnisse für die Salzströme *verschieden* ausfallen, je nachdem absolut mehr oder weniger Salz gelöst war, und im Allgemeinen erhielt ich ein größeres Verhältniß, je mehr Salz gelöst war. In den Versuchen, in welchen in 100 Wasser etwa 29 Salz gelöst waren, ist der Salzstrom größer als in den übrigen Versuchen, in denen geringere Salzmengen gelöst waren. In Zukunft wird auf diesen Punkt bei der Vergleichung der Diffusibilität verschiedener Lösungen zu achten seyn. Begreiflich kann man es in der That schon finden, daß das Verhältniß der Salzströme zweier Salzlösungen abhängig sey von dem absoluten Gehalt an gelöstem Salz, denn da der Gehalt der gesättigten Lösung an Salz für verschiedene Salze verschieden ist, so sind zwei Lösungen derselben Concentration durchaus noch nicht *gleichwerthig*, indem beide *ungleich weit* von den gesättigten Lösungen entfernt

sind. Bei dem Vergleiche also der Diffusibilität verschiedener Körper muß außer den vorher angegebenen Bedingungen streng genommen auch noch die erfüllt seyn, daß die zu vergleichenden Lösungen gleich weit von ihren respectiven gesättigten Salzlösungen entfernt sind.

Ich habe auch einige Versuche über den Einfluß des Druckes auf die Endosmose angestellt. Dabei hatte ich hauptsächlich den praktischen Zweck im Auge, mich darüber zu belehren, wie weit wohl die Vorsicht zu treiben sey, bei Endosmosenversuchen die Flüssigkeiten innerhalb und außerhalb der Diffusionsröhre Höhen einnehmen zu lassen, welche den specifischen Gewichten umgekehrt proportional seyen. Der Apparat, dessen ich mich dabei bedient habe, ist im III. Bande der Beiträge S. 87 ff. beschrieben, worauf ich hier einfach verweise. Als Resultat führe ich an, daß erst bei verhältnißmäßig hohen Drucken die endosmotischen Ströme sich merkbar verringern. In zwei Versuchen erhielt ich im Mittel

Druck	Größe des Salzstroms in gleichen Zeiten	Temp.
0	1,107	3,2
102 ^{mm} hdg	0,819	3,1
170	0,527	3,8
0	1,338	3,7
102 ^{mm} hdg	0,986	4,9
170 "	0,669	5,8

In beiden Versuchen war bei 50 bis 80^{mm} hdg. Druck noch fast gar keine Abnahme des Salzstromes fühlbar. Bei dünnern Membranen, als das Pericardium, wird sich die Sache wahrscheinlich nicht wesentlich anders verhalten, da zwar die durch Druck durch die Membran beförderten Flüssigkeitsmengen zunehmen, aber auch in entsprechender Weise die endosmotischen Ströme wachsen werden. Ob es wohl einen Druck giebt, welcher die Endosmose gänzlich aufzuheben vermag? Ich glaube kaum, die Membran wird eher reißen, als ein solcher Druck erreicht wird. Als ich am Ende der vorigen Versuche durch das Pericar-

dium destillirtes Wasser bei einem Druck von 500^{mm} hds Druck preßte und während dieser Zeit eine concentrirte Kochsalzlösung unter jene stellte, konnte ich nach wenigen Minuten dieselbe schon im durchzupressenden Wasser nachweisen.

Durch die vorhergehenden Versuche glaube ich folgende Sätze erwiesen zu haben:

1. Die Bestimmung des endosmotischen Aequivalentes durch thierische Membranen ist bei passender Wahl der letzteren einer Schärfe und Uebereinstimmung fähig, wie sie in physikalischen Dingen verlangt wird.

2. Die *Größe des Aequivalentes* ist von der *Temperatur unabhängig*, so lange durch letztere die Membran nicht geändert und die Anziehung zwischen den Bestandtheilen der Salzlösung nicht geändert wird.

3. Das Aequivalent einer Salzlösung ist wesentlich durch deren *Concentration* bedingt und nimmt im Allgemeinen mit derselben zu. Die Ursache davon ist, daß der Salzstrom fast proportional der Concentration, der Wasserstrom dagegen in stärkerem Maafse wächst. Dabei wird unter der Concentration der Quotient des lösenden Wassers in das gelöste Salz verstanden.

4. *Trockene Membranen* geben unter gleichen Umständen *höhere Aequivalente* als feuchte, was seinen Grund in dem verhältnißmäßig geringeren Salzstrom hat, den solche liefern, während ihr Wasserstrom dem der feuchten Membran sehr nahe kommt oder gleich ist.

5. Die *Größe des Aequivalentes* ist von der *Diffusionsrichtung unabhängig*, vorausgesetzt, daß kein besonderer Umstand, namentlich Unvollkommenheit in der gewählten Concentration, mit in die Versuche eingeführt wird.

6. Thierische Membranen, welche durch die Diffusionsflüssigkeiten nicht wesentlich verändert werden, liefern unter gleichen Umständen von der Zeit *anabhängige, in hohem Grade gleichmäßige Salz- und Wasserströme*, also *gleiche Aequivalente*. Davon macht nur die Zeit eine Aus-

nahm
sigkei
7.
valen
8.
sions
9
häng
sions
gleich
Aequ
Ström
Vers
gleich
schie
zeich
mit
halb
vern
lich
vern
2
zwei
Unt
haut
hat
ters
dur
zieh
viel
ein
Sch
eine
ters
Sch
Auf

nahme, welche die Membran nöthig hat, um von den Flüssigkeiten gleichmäfsig durchdrungen zu werden.

7. Die *Diffusionsgeschwindigkeit* ist gleich dem Aequivalent, ebenwohl von der *Diffusionsrichtung unabhängig*.

8. Mit der Zunahme der Temperatur wächst die Diffusionsgeschwindigkeit nach dem Gesetz: $y = a + \beta t + \gamma t^2$.

9. *Aequivalent* und *Diffusionsgeschwindigkeit* sind abhängig von der Natur der Salzlösungen. Um den Diffusionswerth verschiedener Substanzen mit einander zu vergleichen, bedarf es einer Angabe über das Verhältnifs ihrer Aequivalente und der Geschwindigkeit eines der beiden Ströme. Diese Gröfsen müssen aus einer Anzahl von Versuchen als Mittelwerthe abgeleitet werden, in denen bei gleicher Temperatur stets gleiche Salzmenngen, aber in verschiedener Concentration, in Anwendung kommen, da Anzeichen vorhanden sind, dafs sich die fraglichen Werthe mit den Concentrationen ändern.

10. Die Gröfse des Salzstromes ist vom Drucke innerhalb ziemlich weiter Gränzen *unabhängig*; sehr hohe Drucke vermindern die endosmotischen Strömungen, wahrscheinlich aber existirt kein Druck, der sie gänzlich aufzuheben vermag.

Zum Schlufs will ich noch die Frage nach der Existenz zweier Arten von Diffusion mit ihren charakteristischen Unterschieden berühren und untersuchen, ob die Collodiumhaut den thierischen Häuten vorzuziehen sey. Bekanntlich hat Fick zuerst die Meinung ausgesprochen, dafs man unterscheiden müsse zwischen der *Porendiffusion*, die sich durch *capillare Oeffnungen* der Scheidewände hindurch vollziehe, und der eigentlichen Endosmose, welche durch die viel kleinern *Molecularräume* hindurch stattfinden soll. Als ein Beispiel der ersteren wurde die Diffusion durch eine Scheidewand von *Thon*, als eins der letzteren die durch eine *Collodiumhaut* betrachtet. Als Gründe für diese Unterscheidung wurde die doppelte Art der Tränkung von Scheidewänden genommen, die sich augenscheinlich bei der Aufnahme von Flüssigkeiten, einerseits durch porösen Thon

und andererseits durch verschiedene Membranen zu erkennen giebt, sowie ferner die Erfahrung, und dies wurde als wesentliche Differenz beider Diffusionsarten betrachtet, daß bei der Diffusion durch Thonscheidewände hindurch Salz- und Wasserstrom von der Zeit unabhängig, in gleichen Zeiten stets gleich groß sind, während bei der Diffusion durch Membranen, als deren Typus die Collodiumhaut angesehen wurde, der Salzstrom mit der Zeit *wächst*, indess der Wasserstrom constant bleibt. Auch darauf kann noch aufmerksam gemacht werden, daß bei beiden Diffusionsarten die Diffusionsströme in *verschiedener* Weise von der Concentration abhängig sind. Betrachten wir zunächst das Thatsächliche etwas genauer, worauf diese Angaben beruhen. Augenscheinlich findet bei der Aufnahme von Wasser durch gebrannten Thon und durch thierische Häute ein Unterschied statt; die letzteren ändern in hohem Grade dadurch einen Theil ihrer physikalischen Eigenschaften, namentlich ihre elastischen, während bei dem ersteren der Art Nichts beobachtet wird. Läßt sich aber behaupten, daß hier gar keine Anziehung der ersteren Art vorkomme? Ich kenne kein Factum, welches dies unwiderleglich bewiese. Was sodann weiter die Diffusionen selbst anlangt, welche man einerseits durch Thonzellen, andererseits durch Collodiummembranen angestellt hat, so ist folgendes das Ergebnis. Fick will durch die ersteren nicht allein deutliche, sondern sogar ziemlich große Aequivalente erhalten und dabei noch beobachtet haben, daß der Salz- und Wasserstrom constant sey. Damit stimmen meine Erfahrungen, welche sich nur auf den ersten Punkt beziehen, nicht überein. Ich habe in Beziehung auf durch Thonscheidewände zu erhaltende Aequivalente zwei Versuchsreihen angestellt.

In der einen benutze ich die Böden von Thonzellen, welche letzteren ich mit Ausnahme der Böden mit heißem Wachs getränkt hatte, in der zweiten abgesägte Böden, auf welche ich Glasröhren kittete. Den letzteren bin ich nicht besonders hold geworden, da das vorwurfsfreie Ankitten seine großen Schwierigkeiten hat. Die Röhren am

Ende
men d
centri
Mitte

Io
gar k
klein
Hier
muß
vorge
folgen
nen,
daß
ein A
dense
fert,
Flüss
endli
kom
Conc
weich
mit d
mal
derli
unter
Fern
den
0,01
cent
Ver
soll
1) I

Ende des Versuchs geprüft, erwiesen sich selten vollkommen dicht. In meinen besten Versuchen erhielt ich für concentrirte Kochsalzlösungen folgende Aequivalentwerthe¹⁾:

Mittelst mit Wachs imprägnirter Zellen	Mittelst Thonböden an Glasröhren gekittet
+ 0,6	+ 0,8
— 0,09	+ 0,5
+ 0,07	+ 0,5
+ 0,02	

Ich schliesse hieraus, daß Thonscheidewände entweder gar kein Aequivalent geben, oder daß dasselbe äußerst klein sey. Anders verhält es sich mit Fick's Versuchen. Hier kommen viel größere Aequivalentwerthe vor. Ich muß gestehen, daß ich fast fürchte, daß hier Täuschungen vorgekommen sind. Zu diesem Glauben bestimmen mich folgende Gründe: erstens und vor allen Dingen meine eignen, eben mitgetheilten Erfahrungen; zweitens der Umstand, daß für nahezu concentrirte Lösungen ein Thoncyylinder ein Aequivalent, etwa 4, geben soll, das größer ist, als unter denselben Versuchsbedingungen es eine thierische Haut liefert, welche doch zweifelsohne eine größere Anziehung zu Flüssigkeiten besitzt, als eine Thonscheidewand; und daß endlich drittens in jenen Versuchen Unmöglichkeiten vorkommen. Zu den letzteren zähle ich folgende: Bei gleichen Concentrationen werden um eine Einheit von einander abweichende Aequivalente gefunden; so z. B. in zwei Versuchen mit den Salzconcentrationen 0,015 einmal 27,4, das andere mal 28,5. Wenn die Thonzelle wirklich ein so unveränderliches Material darstellt, wie es vorausgesetzt wird, muß unter den Versuchen größere Uebereinstimmung herrschen. Ferner vergleiche man die drei folgenden Lösungen mit den zugehörigen Aequivalenten: 0,015 — 28,5; 0,016 — 29,3; 0,018 — 36,8. Während von Versuch 1 zu 2 die Concentration der Lösung um $\frac{1}{10}$ Proc. zunimmt und man eine Vermehrung des Aequivalentes um kaum eine Einheit hat, soll in den Versuchen 2 und 3, wo eine Zunahme in der

1) Beiträge II. Bd. S. 35 ff.

Concentration um $\frac{2}{10}$ Proc. stattfindet, das Aequivalent um 7 Einheiten zuzunehmen, obschon sämmtliche Lösungen an derselben Stelle der Concentrationsscale liegen. Ebenso ist es unwahrscheinlich, daß von zwei Lösungen, von denen die eine 3,3, die andere 3,4 Proc. Salz enthält, die erstere das Aequivalent 12,7, die andere 9,9 liefern soll. Dazu kommt das merkwürdige Factum, daß gewisse niedere Concentrationen so enorme Aequivalente geben sollen, die mit denen, welche concentrirte Lösungen liefern, gar nicht zu vergleichen sind und für welches Verhalten man theoretisch gar keinen haltbaren Grund auffinden kann. Was die Salz- und Wasserströme in ihrer Abhängigkeit von der Zeit anlangt, so sollen sie nach Fick's Angabe beide von der Zeit *unabhängig* seyn. Bei der Diffusion durch Collodiumhäute nimmt der Salzstrom bei gleichbleibendem Wasserstrom mit der Zeit zu. Diese Zunahme geschieht aber äußerst langsam. Um einen Begriff davon zu geben, setze ich die Größe des Salzstromes für eine 24 procentige Lösung aus Fick's Versuchen hierher.

29 Juni	0,0895 ^{er}
3 Juli	0,1200
6 "	0,1630
14 "	0,1760
23 "	0,1890

Nach dieser Mittheilung des Thatsächlichen, worauf sich der Unterschied zwischen den beiden Diffusionsarten gründen soll, wollen wir nun untersuchen, ob ernstlicher Grund vorhanden ist, jenen mit den angegebenen Eigenthümlichkeiten zu machen und ferner, ob, wie behauptet worden ist, die thierischen Membranen nicht rein die ächte Endosmose zeigen und also in dieser Beziehung der Collodiumhaut nachstehen. In Bezug auf die Frage, ob wirklich eine von der ächten Endosmose verschiedene Porendiffusion bestehe, welche sich von der freien Hydrodiffusion durch die Existenz eines wirklichen Aequivalentes unterscheidet, besitze ich noch nicht Material genug, um darüber eine fertige Meinung zu haben. Ich halte sie aber nach

Dem,
Fick's
Besten
bedarf
ächten
von F
jetzt
Versu
motisc
wachs
Abges
genug
mit ein
nicht,
Reine
Poren
auf di
über
mes k
zwung
motisc
darauf
Versu
die M
gelöst
motisc
gar ni
die M
auf di
hält e
gleich
mit de
cesses
geänd
mit ei
langen
terials

Dem, was ich selbst darüber beobachtet, und was ich über Fick's Versuche bemerkt habe, für sehr unwahrscheinlich. Besteht sie, so ist ihr Aequivalent jedenfalls sehr klein und bedarf dann noch des Beweises, daß sie *frei* sey von jeder ächten Endosmose. Gesetzt aber, sie bestünde mit dem von Fick ihr zuertheilten Charakter, kann, so fragen wir jetzt weiter, es zulässig seyn, zufolge der vorhandenen Versuche es als eine wesentliche Eigenschaft ächt endosmotischer Processe anzusehen, daß sie einen mit der Zeit wachsenden Salzstrom bei gleichem Wasserstrom liefern? Abgesehen davon, daß dieses Kennzeichen nicht praktisch genug ist, um mit seiner Hülfe zu entscheiden, ob man es mit einem ächt endosmotischen Processe zu thun habe oder nicht, da Wochen dazu gehören würden, um darüber ins Reine zu kommen und daß, wo etwa ein Gemisch von Porendiffusion und ächter Endosmose vorläge, dieß nicht auf diese Weise erkannt werden könnte, so ist weiter darüber Folgendes zu bemerken. Die Zunahme des Salzstromes kann *Mehreres* bedeuten, und man ist daher nicht gezwungen, sie als eine wesentliche Eigenschaft des endosmotischen Processes anzusehen. Zunächst verfällt man wohl darauf, daß mit der Zeit sich von der Membran in den Versuchsflüssigkeiten kleine Partikelchen lösen, und dadurch die Membran für den Salzstrom durchgängiger wird. Die gelösten Theile brauchen sich gar nicht *thätig* im endosmotischen Processe erwiesen zu haben, sie brauchen sich gar nicht bei den Anziehungen betheilt zu haben, welche die Membranmoleküle bei der Erzeugung der Endosmose auf die bezüglichen Flüssigkeiten ausgeübt haben. Verhält es sich so, dann ist die Zunahme des Salzstromes bei gleichem Wasserstrom, d. i. die Abnahme des Aequivalentes mit der Zeit kein charakteristisches Kennzeichen des Processes selber, sondern nur dafür, daß sich das Material geändert hat. Es verhält sich dann damit etwa so, wie mit einer constanten galvanischen Kette, die nach Tage langem Gebrauch in Folge der Veränderungen ihres Materials an Stärke abnehmende Ströme liefert. Man könnte

sich auch ferner vorstellen, daß die Anziehung der Membran zum Salz und somit die GröÙe des Salzstromes abhängig sey von dem mehr oder weniger aufgequollenen Zustand, in welchen die Membranmoleküle bei der Berührung mit Wasser übergehen. Dieß angenommen, ist begreiflich, daß eine Membran, je länger sie mit Wasser in Berührung ist, desto vollkommener aufquellen und für die Anziehung zum Salz um so fähiger werden wird bis sie endlich ihr Maximum erreicht. Auch hier erscheint die Zunahme des Salzstromes mit der Zeit als Folge einer geänderten Versuchsbedingung, jedoch nicht der Art, daß es erlaubt wäre zu sagen: Wenn die Aufquellung der Membran ihr Maximum erreicht und damit Constanz des Salzstromes eingetreten ist, dann hört die durch eine solche geschehende Diffusion auf, eine ächte Endosmose zu seyn. Für die Collodiummembran würde eine solche Vorstellung ohne Zwang mit den beobachteten Thatsachen im Einklang seyn; für sie würde man bei ihrem langsamen Aufquellen in Wasser das ungemein langsame Wachsen des Salzstromes begreiflich finden. Ich komme auf diese Idee hauptsächlich durch die oben näher mitgetheilten Erfahrungen über die Endosmose durch *trockene* Membranen. Diese verhalten sich genau wie die Collodiummembranen in Fick's Versuchen, und da es augenscheinlich ist, daß sie während der anhaltenden Diffusion durch sie hindurch immer mehr und mehr aufquellen, so liegt es nahe, davon die Vermehrung des Salzstromes mit der Zeit abhängig zu denken. Endlich soll auch nicht verkannt werden, daß man sich vorstellen könne, bei der Endosmose gingen die Flüssigkeiten so feste Verbindungen mit den Membrantheilchen ein, daß damit *nothwendig* eine Zerstörung, eine Aenderung des Materials verbunden sey. Dann würde dieses Merkmal zum eigentlichen Wesen der Endosmose gehören. Leider sieht man dann aber nicht recht ein, warum mit der Zeit gerade die GröÙe der Veränderung des Materials wachsen muß; man könnte sich die Endosmose unter dieser Voraussetzung auch mit constantem Salzstrom vorstellen. Ich

sage m
Diffusio
leicht
Umstan
Endosm
daß es
gäbe, s
terschie
gegen d
sich vol
einem T
maßer
einer so
gar Nic
Membran
Druck v
Versuch
Sind die
von Po
letzteres
lodiumh
Bezüglich
scheiden
Diffusio
aber da
reicht.
für die
ob wir
Werth
dosmose
Homoge
darüber
von der
schen Ha
laren Sp
aussetzu
bei ihren

sage nun: Weil die Zunahme des Salzstromes bei der Diffusion durch Collodiumhäute dieser mehrfachen und vielleicht auch noch anderer Deutung fähig ist, kann dieser Umstand nicht ein charakteristisches Zeichen der ächten Endosmose seyn. Geht man von der Voraussetzung aus, daß es die beiden oben angegebenen Arten der Diffusion gäbe, so müßte man nach anderen charakteristischen Unterschieden suchen. Vielleicht kann dazu das Verhalten gegen den Druck dienen, unter dem man die Diffusionen sich vollziehen läßt, indem möglicher Weise, wenn man in einem Thoncyliner befindliches Wasser unter einen einigermaßen hohen Druck setzt, von der Salzlösung, die man einer solchen Thonzelle zur Diffusion gegenübergestellt hat, gar Nichts zum Wasser übergeht, während für thierische Membranen dies höchst wahrscheinlich durch gar keinen Druck verhütet werden kann. Doch darüber haben neue Versuche zu entscheiden. Ich komme zur letzten Frage: Sind die Diffusionen durch thierische Membranen Gemische von Porendiffusion und ächter Endosmose oder sind sie letzteres allein und verdienen diese Scheidewände den Collodiumhäuten nachgesetzt oder gleichgestellt zu werden. Bezüglich des ersten Punktes ist es schwer, etwas Entscheidendes zu sagen, da der Unterschied zwischen beiden Diffusionsarten bis jetzt noch anzuzweifeln ist, jedenfalls aber das angegebene Merkmal so ohne Weiteres nicht ausreicht. Aber diese Bemerkung gilt selbstverständlich auch für die Collodiummembran. Wir müssen daher zusehen, ob wir nicht durch andere Betrachtungen den relativen Werth von thierischen und Collodiummembranen für Endosmosenversuche bestimmen können. Was die anatomische Homogeneität beider Membranarten anlangt, so habe ich darüber folgende Bemerkungen beizubringen. Wenn man von der Collodiumhaut behauptet, daß sie vor den thierischen Häuten sich dadurch auszeichne, daß sie keine capillaren Spalten zeige, so ist das eine nicht bewiesene Voraussetzung. Niemand wird bestreiten können, daß dieselbe bei ihrer großen, allgemein zugegebenen Zerbrechlichkeit,

während des Versuchs solche Spalten erwerben könne und zwar leichter, als die vollkommen elastische thierische Haut. Ebenso wenig ist man sicher, daß während der Anfertigung der Membran durch ungleiches Austrocknen etc. kleine Risse entstehen. In Beziehung also auf die Möglichkeit Spalten zu *erwerben* dürfte die Collodiummembran im Nachtheil seyn. Was man aber hauptsächlich gegen die thierischen Membranen vorbringt, das ist die Discontinuität in ihrem histologischen Bau. Ich glaube, daß man hier ohne Grund übertreibt. Nehmen wir in dieser Beziehung das Pericardium in seinem frischen Zustand vor, so sehen wir es aus feinen Fäden, deren etwa 1500 auf 1^{mm} gehen, zusammengesetzt. Dieselben liegen äußerst dicht an einander und sind noch durch eine besondere homogene Masse zusammengekittet, welche die Eigenschaft hat, in kaltem Wasser fast unlöslich zu seyn; sie löst sich aber in Barytwasser, weshalb man sich gewöhnlich dieses Mittels zur vollkommenen Separirung der Fibrillen bedient. Solcher Lagen von zusammengekitteten Fasern finden sich viele über einander, so daß man sich das Ganze als eine homogene Substanz mit feinen Fasern durchzogen vorstellen muß. Nirgends bleiben *sichtbare* Spalten; daß sie erworben werden können, wird nicht geläugnet, aber man muß in den speciellen Fällen zureichenden Grund für derartige Beschuldigungen haben. Den allgemeinen Grund, welchen man wohl für die Anwesenheit von Spalten in thierischen Membranen anführt, daß man durch sie hindurch filtriren könne, kann ich nicht anerkennen; denn nicht allein fehlt der Beweis für die Behauptung, daß man durch eine Membran *ohne* capillare Spalten nicht filtriren könne, sondern es können auch die letzteren erst durch den Filtrationsdruck selbst entstehen. Für eine Membran nun der beschriebenen Art, welche sich also unter dem Mikroskop aus zwei verschiedenen Substanzarten bestehend erweist, folgt nun daraus noch nicht, daß sie die beiden erwähnten Diffusionsarten zeigen müsse. Man kann sich wohl vorstellen, daß durch ein solches Gemisch zweier

verschie
motisch
mogene
bei dem
nachwei
größere
wie hier
bei der
Indiciu
larräum
bran un
eingetau
nicht vo
zusuchen
bestärkt
Anwend
Häute d
gener Se
wie für
gen über
Diese M
einer An
nen eine
ist. Uel
vorderen
structur
eine Dic
sich Fic
Versuch

1) Beiträ

Poggend

verschiedener Substanzen die absoluten *Werthe* der endosmotischen Größen andere sind, als wenn *vollkommene* Homogenität von nur einer Substanzart vorhanden wäre, aber bei dem beschriebenen Bau, wo die Bindesubstanz ohne nachweisbaren Raum sich an die Fasern legt, also keine größeren Poren vorkommen, kann man nicht verstehen, wie hier Porendiffusion stattfinden soll. Es ist überdies bei der Imbibition der thierischen Membran mit Wasser kein Indicium da, welches auf Aufnahme von Wasser in Capillarräume hinweist; denn wenn man einen Streifen Membran mit einem Ende in Wasser legt, so schreitet von der eingetauchten Stelle an die Imbibition sehr langsam, fast gar nicht vor, während in einer porösen Lamelle das Wasser *zusehends* vorschreitet. Man wird in diesen Vorstellungen bestärkt, wenn man dieselben Lösungen, welche man bei Anwendung des Pericardiums benutzt hat, durch thierische Häute diffundiren läßt, welche nachweislich Lagen *homogener* Substanz zeigen und für sie dieselben Gesetze findet, wie für das Pericardium. Diefs hat mich zu Untersuchungen über Endosmose durch Hornhäute des Ochsen geführt. Diese Membran besteht, wie alle Anatomen zulassen, aus einer Anzahl fest mit einander verklebter Lamellen, an denen eine faserige Structur nur sehr undeutlich zu erkennen ist. Ueberdies aber ist die Gesamtheit derselben an der vorderen und hinteren Fläche von je einer vollkommen structurlosen Haut eingeschlossen, von denen die hintere eine Dicke hat, welche in die Maafse hineinfällt, von denen sich Fick der Collodiummembranen bediente¹⁾. In einer Versuchsreihe erhielt ich folgende Werthe:

1) Beiträge II. Bd. S. 42 ff.

Hintere structurlose Membran gegen das Kochsalz, Membran frisch
aufgebunden, vor dem Gebrauch 24 Stunden in aq. dest.
bei einer Temperatur von 4 bis 5° R.

Zeit	Durchgegangene Salzmenge	Durchgegangene Wassermenge	Temp. R.	Aeq.
Nov. 6 1858				
8 ^h 52	0,244	0,437	4,2	
	für 4 Stunden =			1,8
11 52	0,324	0,582	5,0	
11 ^h 59				
3 59	0,394	1,100	5,0	2,8
4 ^h 1			4,5	
8 1	0,460	1,590	5,0	3,4?

Diffundirt, ohne die durchgegangene Menge zu bestim-
men, bis

Nov. 7				
9 ^h 16				
1 16	0,480	1,538	4,6	3,2
1 ^h 17			4,4	
5 17	0,462	1,453	4,6	3,1

Wie oben, bis

Nov. 8				
8 ^h 42			4,9	
12 42	0,472	1,427	5,0	3,0
12 ^h 43			4,0	
4 43	0,480	1,450	4,9	3,0

Nov. 9				
9 ^h 7			4,9	
1 7	0,491	1,545	5,1	3,1
1 ^h 8			4,1	
5 8	0,476	1,549	4,8	3,2

Hieraus ersieht man, daß Membranen, in welchen ho-
mogene thierische Häute vorkommen, sich wesentlich so
wie das Pericardium verhalten: sie liefern einen im Anfang
zunehmenden Salzstrom bei nahezu gleichem Wasserstrom;
dann aber bleibt der erstere und das Aequivalent constant.
Der einzige bemerkbare Unterschied liegt in der etwas
längeren Dauer der Zeit, während welcher der Salzstrom
zunimmt. Die drei Häute: Pericardium, Hornhaut und

Collo
von e
ihres
erreic
Collo
steht
in de
mal e
Proce
Mögl
welch
wenig
der A
rösen
so h
zeigt
moge
beträ
auf
gebe
Fäul
zur
bran
brech
eine
den
schie
Dah
Einf
ders
ande
der
habe
als
bere
maa
im

Collodiummembran unterscheiden sich also nur dadurch von einander, daß sie in verschiedener Zeit das Maximum ihres Salzstromes, Constanz des endosmotischen Processes, erreichen; der Herzbeutel braucht dazu die geringste, die Collodiummembran dazu die längste Zeit, die Hornhaut steht zwischen beiden. Mit Rücksicht nun darauf, daß ich in der Zunahme des Salzstromes mit der Zeit kein Merkmal erkennen kann, welches die wahre innere Natur des Processes unzweifelhaft ausdrückt, sondern auf mancherlei Möglichkeiten hinweist, ist mir der graduelle Unterschied, welchen verschiedene Häute in dieser Beziehung zeigen, wenig bedeutsam. Da die von mir untersuchten Häute in der Art ihrer Imbibition Nichts mit der Aufsaugung von porösen Körpern gemeinsam haben, ihre Endosmose sich in so hohem Grade vom mechanischen Druck unabhängig zeigt und überdies beide, wovon eine mit *vollkommen homogenen Lamellen* besetzt ist, demselben Gesetz folgen, so betrachte ich sie bis auf Weiteres als solche, welche eine auf ächte Imbibition sich gründende Endosmose zeigen. Ich gebe ihnen aber unter der Voraussetzung, daß man sie vor Fäulniß schütze und sie im Zustand der letzteren nicht zur Endosmose benutze, den Vorzug vor Collodiummembranen. Sie sind leichter herzustellen, nicht so leicht zerbrechlich, als Collodiummembranen und gestatten daher eine ganze Anzahl von Manipulationen, welche man mit den Scheidewänden vornehmen muß, wenn man die verschiedenen Einflüsse auf die Endosmose untersuchen will. Dahin gehören namentlich die Untersuchungen über den Einfluß der Temperatur und der Concentration. Besonders aber ist es die letztere, welche stets die eine oder andere Vorrichtung verlangt, die Concentration während der Versuchsdauer auf gleicher Höhe zu erhalten. Ich habe mich wiederholt überzeugt, daß dies weit besser ist, als sich auf die aus der Anfangs- und Endconcentration berechnete mittlere zu verlassen. Sind beide nur einigermaßen von einander entfernt, so ist dies Verfahren schon im Princip nicht mehr zulässig, da es auf die Proportiona-

lität zwischen der GröÙe des Salzstromes und der wechselnden Concentration während des Versuchs gegründet ist; diese aber erst zu untersuchen ist. Nach meinen oben mitgetheilten Versuchen findet diese aber nicht statt, wenigstens dann nicht, wenn die Concentration als der Quotient aus der Lösung in die darin enthaltene Salzmenge definirt wird. Ueberdies findet bei solchen Lösungen, die man sich so ganz selbst überläßt, nicht immer gleichmäßige Mischung statt; man kann kaum sagen, was da vor sich geht¹⁾. Diesen Umständen schreibe ich die Nichtübereinstimmung meiner und Fick's Erfahrungen über die Abhängigkeit der Endosmose von der Concentration zu. Endlich ist es ein nicht genug zu schätzender Vorthail, daß die Endosmose durch thierische Häute innerhalb sehr kurzer Zeit *constante* Strömungen liefert. Auf diese Weise treten die durch die zu studirenden Einflüsse hervorgebrachten Veränderungen viel schärfer hervor und bewahren vor den mannigfachen Täuschungen, die das Studium jedes mit der Zeit unregelmäßig veränderlichen Processes mit sich führt.

V. Ueber die Erscheinungen beim Absorptionsspectrum des Didyms; von R. Bunsen.

In einer von Prof. Bahr und mir gemeinschaftlich ausgeführten Arbeit über Erbinerde und Yttererde²⁾ haben wir gezeigt, daß sich kleine Verschiedenheiten im Absorptionsspectrum des schwefelsauren Didymoxyds zeigen, je nachdem man das Licht durch einen Krystall oder eine Lösung

1) Vergl. z. B. die Versuche S. 70. Die Salzlösung enthielt dort in allen Versuchen überschüssiges, pulverisirtes Kochsalz, bewegt man sie aber nicht durch Umrühren, so findet unvollkommene Mischung statt und die Sättigung der Lösung ist nur eine vermeintliche.

2) Liebig's Ann. Bd. CXXXVII Hef 1, S. 1.

desselben treten läßt. Ich habe seitdem gefunden, daß das Erbium- und Didymspectrum sich wesentlich ändert, wenn man polarisirtes Licht anwendet und entweder den ordentlichen oder den außerordentlichen Strahl durch den Krystall fallen läßt und daß, während Apparate mit nur einem Prisma und mäßiger Vergrößerung des Beobachtungsfernrohrs in den Spectren von Lösungen verschiedener Didymverbindungen keine Unterschiede erkennen lassen, unzweifelhafte Verschiedenheiten zum Vorschein kommen, sobald man kräftigere Instrumente zu Hülfe nimmt.

Die Aenderungen welche das Absorptionsspectrum unter den erwähnten Umständen erleidet, bilden den Gegenstand der nachfolgenden Mittheilung.

Es wurden zu den Beobachtungen zwei Spectralapparate benutzt, beide von Steinheil; der eine, den ich den kleineren nennen werde, mit einem Flintglasprisma von 60° brechendem Winkel, einer wirksamen Prismenoberfläche von 30 Millimeter Durchmesser und einer achtfachen Vergrößerung des Beobachtungsfernrohrs; der andere, im Folgenden als der größere bezeichnete Apparat war mit vier größeren Flintglasprismen versehen, von denen das eine einen Winkel von 60° und jedes der drei anderen einen Winkel von 45° besaß, während das Fernrohr eine vierzigmalige Vergrößerung hatte. Für die Beobachtungen mit dem kleinen Apparate ist dieselbe Scale angenommen, welche bei der Bd. CXIX S. 1 dieser Ann. mitgetheilten Tafel benutzt wurde; für die Beobachtungen des großen Instrumentes diente die von Kirchhoff in seiner Arbeit über das Sonnenspectrum den Beobachtungen zu Grunde gelegte Scale. Als Material zu den Versuchen wurde Didymoxyd benutzt, welches eigens zu diesem Zwecke aus Cerit dargestellt war. Die von allen Verunreinigungen möglichst befreiten oxalsauren Ceriterden wurden durch Glühen an der Luft, Auflösen in Salpetersäure und Kochen mit Magnesit von Ceroxyd getrennt und diese Trennung mit den aus der sauren Lösung wieder durch Oxalsäure gefüllten Erden dreimal wiederholt. Die Scheidung des

Didymoxyds geschah nach dem gewöhnlichen Verfahren durch zwölfmalige Krystallisation des schwefelsauren Salzes unter Beobachtung der bekannten, zu einer möglichst vollständigen Trennung erforderlichen Vorsichtsmaafsregeln. Die Krystalle zeigten eine lebhaft blauröthliche Färbung und das daraus bereitete Oxyd eine ähnliche, aber mehr schmutzig röthliche, nicht im mindesten braune Farbe. Die Lösung des Salzes im Wasser gab während der drei heifsesten Sommermonate bei gewöhnlicher Tempertur, in einem mit Fließpapier bedeckten Glase der freiwilligen Verdunstung überlassen, sehr regelmäfsig ausgebildete Krystalle, welche folgende Zusammensetzung zeigten:

Didymoxyd	46,27
Schwefelsäure	33,73
Wasser	20,00
	<hr/> 100,00.

Diese Zusammensetzung entspricht der bekannten Formel $3(\text{Di O}, \text{SO}_3) 8\text{HO}$ und stimmt nahe mit der nachstehenden von Marignac angestellten Analyse des sehr reinen Salzes überein, aus welchem derselbe das Atomgewicht des Didyms abgeleitet hat ¹⁾.

Didymoxyd	46,50
Schwefelsäure	33,30
Wasser	20,20
	<hr/> 100,00.

Die Krystalle gehören dem monoklinometrischen System an. Aus der Messung derselben ergab sich in naher Uebereinstimmung mit den früher von Marignac und Rammelsberg angestellten Messungen für den Winkel der geneigten Axen

$$L = 61' 45'$$

und für das Verhältniss der Orthodiagonale a , der Klinodiagonale b und der Hauptaxe c

$$a : b : c = 0,3283 : 0,6786 : 1.$$

Diesem Axenverhältniss entsprechen folgende berechnete und beobachtete Winkel.

1) Ann. d. Chem. und Phys. [3] Bd. XXXVIII, S. 148.

	Gefunden	Berechnet
OP gegen $\infty P \infty$	118° 15'	
$+P \infty$ „ OP	103 7	
OP „ $-P$	119 40	
$\infty P \infty$ „ $+P \infty$	138 55	138° 38'
OP „ $+\frac{1}{2}P$	114 0	113 36
$+P$ „ $+\frac{1}{2}P$	162 33	162 12
$-P$ „ $+P$	144 30	144 41
$-F$ „ $-P$ über OP	77 30	77 24

Der zu den Versuchen benutzte, Taf. II Fig. 2, abgebildete Krystall zeigte durch vorwiegende Vergrößerung der Flächen OP einen stark ausgeprägten tafelförmigen Habitus; er war zwischen Deckgläsern in Canadabalsam eingebettet, stark gefärbt und völlig klar und durchsichtig.

Die Polarisations Ebenen des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls, welche sich senkrecht zur Fläche OP fortpflanzen, bilden mit der Klinodiagonale und mit der Orthodiagonale einen Winkel von 20°. Welches die Polarisations Ebene des gewöhnlichen und welches die des ungewöhnlichen ist, bleibt unentschieden, da die Lage der optischen Axen nicht bestimmt wurde. Um die Spectren der beiden Strahlen zu unterscheiden, wurde ein Nicol'sches Prisma vor dem Krystall aufgestellt, dieser so gerichtet, daß das Licht senkrecht zur Fläche OP durchging und er um den Strahl so gedreht, daß die Polarisations Ebene des Nicols mit der einen oder mit der anderen jener beiden Ebenen zusammenfiel. Die Krystallstellung, bei der die Polarisations Ebene des Nicols mit der Orthodiagonale einen Winkel von nahe 20° bildete, werde ich die orthodiagonale, die andere die klinodiagonale Stellung nennen.

Bei der Untersuchung von Spectren verschiedener Dydymverbindungen tritt die Schwierigkeit ein, daß sonst ganz gleiche Absorptionsspectren je nach dem Grade ihrer Intensität einen sehr verschiedenen Anblick gewähren, da die Breite der Absorptionsstreifen mit der Dicke und dem Salzgehalt des absorbirenden Mittels veränderlich ist. Solche

Beobachtungen können daher nur dann von Werth seyn, wenn das Licht in allen der Vergleichung unterworfenen Fällen auf seinem Wege durch die absorbirenden Mittel von gleichen Mengen absorbirender Substanz afficirt wird. Dieser Bedingung wird genügt, wenn sich der Didymgehalt des absorbirenden Mediums umgekehrt, wie die Länge der durchstrahlten Schicht desselben verhält. Bei der Vergleichung des krystallisirten und gelösten schwefelsauren Didymoxyds mit den Lösungen anderer Didymsalze wurde daher dieser Bedingung auf das Sorgfältigste Rechnung getragen.

Nennt man die Dicke der durchstrahlten Krystallschicht l , die Dicke einer durchstrahlten Lösung l_1 , den Gehalt an Didymoxyd in der Volumeneinheit des Krystalls d und in der Volumeneinheit der Lösung d_1 , so wurde bei den Versuchen das d_1 so gewählt, daß

$$d_1 l_1 = d l$$

war.

Die zu den Versuchen benutzten Krystalle besaßen nach zwei sehr gut übereinstimmenden Bestimmungen ein spezifisches Gewicht von 2,7153 bei 8° C. In einem Cubikcentimeter der Krystallmasse sind daher 1,2563 Grm. Didymoxyd enthalten. Die zwischen den Flächen OP vom Lichte durchstrahlte Schicht besaß nach einer sphärometrischen Messung die Dicke von 1,55 Millimeter. Es war demnach

$$d = 1,2563$$

$$l = 1,55.$$

Es wurden Lösungen von drei Didymoxydsalzen untersucht; die eine von schwefelsaurem Didymoxyd; die andere von essigsäurem Didymoxyd und die dritte von Chlordidym. Bei allen dreien war

$$d_1 = 0,03414 \text{ Grm.}$$

$$l_1 = 57,1 \text{ Millimeter.}$$

Das Rohr Taf. II Fig. 10, welches die Lösungen enthielt, bestand aus einer dickwandigen Glasröhre von nur 6 Millimeter innerem Durchmesser, in deren Oeffnungen

zwei Gl
waren.
platte a
die Roh
rungen
gefüllte
Mitte d
angesch
verschl
chen d
Kork d
dienend
stellen,
rates s
der Fr
darunte
Fig. 2
penlich
des Kry
tem Li
polaris
zeigte
lich ve
und 3
gruppe
dadurch
der se
dunkel
neres
nächst
auftret
zelnem
tralap
Fig.
gonale
diesel

zwei Glasstöpsel mit planparallelen Endflächen eingeschliffen waren. Diese Stöpsel waren aus einer dicken Spiegelplatte ausgeschnitten und durch sorgfältiges Schleifen in die Röhre eingefasst. Um ein durch Temperaturveränderungen bedingtes Zersprengen der völlig mit Flüssigkeit gefüllten Röhre unmöglich zu machen, befand sich in der Mitte derselben ein engeres Seitenröhrchen rechtwinklig angeschmolzen, das an dem nicht angeschmolzenen Ende verschlossen und mit Luft erfüllt war. Dieses Seitenröhrchen diente zugleich dazu, die Röhre horizontal in den Kork des Stativs zu stecken, so daß sie um das als Axe dienende Seitenröhrchen drehbar war, wodurch das Einstellen, Auseinandernehmen und Füllen des kleinen Apparates sehr erleichtert wird. Fig. 1 Taf. II giebt die Lage der Fraunhofer'schen Linien, auf welche die ersten drei darunter folgenden Absorptionsspectren zu beziehen sind. Fig. 2 giebt das im kleinen Apparate mit polarisirtem Lampenlichte erhaltene Spectrum, bei orthodiagonaler Stellung des Krystalls. Fig. 3 stellt das Krystallspectrum in polarisirtem Lichte bei klinodiagonaler Krystallstellung dar. Nicht polarisirtes Licht müßte ein mittleres Spectrum geben; doch zeigte sich dasselbe für das Auge von Fig. 3 nicht sehr merklich verschieden. Die Unterschiede zwischen den Figuren 2 und 3 geben sich vornehmlich in den drei Hauptstreifen-gruppen bei den Fraunhofer'schen Linien *D*, *E* und *F* dadurch zu erkennen, daß sich die hellen Zwischenräume der scharfen Absorptionsbänder in Fig. 3 bei Fig. 2 verdunkeln, wodurch die einzelnen Gruppen ein verwascheneres gänzlich verändertes Aussehen gewinnen. Um zunächst die Veränderungen, welche im polarisirten Lichte auftreten, genauer ermitteln zu können, wurden die einzelnen Streifengruppen bei *D*, *E* und *F* im großen Spectralapparat mit Sonnenlicht untersucht.

Fig. 5 zeigt die Streifengruppe neben *D* bei orthodiagonaler Stellung des Krystalls in polarisirtem Lichte; Fig. 6 dieselbe Gruppe bei klinodiagonaler Stellung. Das Spec-

trum Fig. 6 Taf. II unterscheidet sich, wie man sieht, von dem Fig. 5 dadurch, daß die Zwischenräume zwischen den einzelnen Streifen heller werden, daß der Streifen bei 1100 verschwindet und dafür ein neuer Streifen zwischen 1090 und 1095 zum Vorschein kommt. Noch auffallendere Veränderungen erleidet die Streifengruppe bei E. Die Gestaltung derselben Fig. 12 Taf. III, welche dem Spectrum des Krystalles bei orthodiagonaler Stellung im polarisirten Lichte eigenthümlich ist, erleidet die Fig. 13 Taf. III dargestellte Veränderung, wenn der Krystall aus der orthodiagonalen in die klinodiagonale Stellung übergeht. Es verschwinden dabei die fünf schwächeren Streifen fast völlig, während im Streifen zwischen 1557 und 1570 nur eine geringe Helligkeitsänderung bemerkbar wird und zwischen 1476 ein neuer Streifen erscheint. Am wenigsten hervortretend sind die Änderungen der Streifengruppe neben F. Fig. 17 stellt diese Gruppe dar; sie zeigt im polarisirten, sowohl bei orthodiagonaler als bei klinodiagonaler Stellung des Krystalles, so geringe Unterschiede in der relativen Helligkeit der Absorptionsbänder, daß sich dieselben einer sicheren Wahrnehmung in dem ohnehin schon sehr lichtschwachen Theil des Sonnenspectrums entziehen, ähnlich wie einige andere Absorptionsstreifen, die ich daher auch von den Beobachtungen ganz ausgeschlossen habe.

Alle diese Verschiedenheiten der Absorptionsspectren, welche im polarisirten Lichte auftreten, reihen sich den Absorptionserscheinungen an, welche der Turmalin unter ähnlichen Verhältnissen zeigt. Die Eigenschaft, welche das krystallisirte schwefelsaure Didymoxyd besitzt, den gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahl in ungleicher Weise zu absorbiren, ist ihrem Wesen nach keine andere als diejenige, welche den Turmalin so wichtig für optische Versuche macht.

Die Lösung der Krystalle in Wasser giebt wiederum ein von den beiden eben betrachteten etwas abweichendes Spectrum. Dasselbe ist Taf. II Fig. 4 abgebildet. Auch

hier
bei D
in d
hende
E
aber
spiels
Kryst
bei 3
S
Vers
die v
Didy
klein
man
bei d
des C
Didy
sich
und
vielle
den
den.
kryst
zu e
suchu
Taf.
Chlo
Didy
Taf.
diese
19, 2
Das
serfr
serfr
liche
1) A

hier findet man die drei hauptsächlichsten Streifengruppen bei *D*, *E* und *F* wieder, aber noch mehr verwachsen als in dem bei orthodiagonaler Stellung des Krystalls entstehenden Spectrum Fig. 2.

Einzelne der Absorptionsmaxima lassen eine zwar kleine aber deutlich wahrnehmbare Umgestaltung erkennen; beispielsweise verschwindet der Streifen bei 27 bis 31 des Krystalspectrums, während ein neuer schwacher Streifen bei 30 im Lösungsspectrum zum Vorschein kommt.

Sehr merkwürdig und beachtenswerth sind die kleinen Verschiebungen der Helligkeitsminima im Didymspectrum, die von der Natur der Verbindung, in welcher sich das Didym befindet, abhängen. Zu geringfügig um mit dem kleineren Apparate noch wahrnehmbar zu seyn, erkennt man sie erst mit dem grossen. Ich habe sie zunächst nur bei den Lösungen dreier Didymsalze genauer untersucht, des Chlordidyms, des schwefelsauren und des essigsauren Didymoxyds. Es ist aber wohl kaum zu bezweifeln, dass sich dieselben Erscheinungen auch bei anderen Lösungen und bei Krystalspectren verschiedener Didymverbindungen vielleicht selbst bei den leuchtenden Spectren der glühenden Didymerde und Didymerdeverbindungen zeigen werden. Die Schwierigkeit, verschiedene wohl ausgebildete krystallisirte Didymsalze von hinlänglicher Durchsichtigkeit zu erhalten, haben es mir noch nicht gestattet, die Untersuchung nach dieser Richtung hin weiter auszudehnen. Taf. II, Fig. 7, 8 und 9 giebt die Streifengruppe bei *D* von Chlordidym, schwefelsaurem Didymoxyd und essigsaurem Didymoxyd in der Reihenfolge der aufgeführten Salze; Taf. III Fig. 14, 15 und 16 die Streifengruppe bei *E* für dieselben Salze in derselben Ordnung und Taf. III, Fig. 18 19, 20 in entsprechender Weise die Streifengruppe bei *F*. Das Atomgewicht des Chlordidyms ¹⁾ ist 83,4, das des wasserfreien schwefelsauren Didymoxyds 95,9 und das des wasserfreien essigsauren Salzes 106,9. Man sieht, dass sämtliche Streifengruppen bei den untersuchten Salzen in der

1) $Di = 47,9$.

Ordnung der wachsenden Atomgewichte nach dem rothen Ende des Spectrums hin verschoben werden. Diese in den Spectren verschiedener Didymverbindungen auftretenden Unterschiede sind bei einer noch völlig mangelnden allgemeinen Theorie der Lichtabsorption in auslöschenden Medien auf andere Erscheinungen für jetzt nicht zurückführbar. Sie erinnern an die kleinen allmählichen Veränderungen der Tonhöhe, welche ein schwingender, elastischer Stab zeigt, wenn er mit Gewichten beschwert wird oder an die Tonveränderungen, welche eine Zungenpfeife durch Verlängerung ihrer Röhre erleidet.

VI. Das Princip der stroboskopischen Scheiben als vortheilhaftes Hilfsmittel zur optischen Analyse tönender Körper;
von Dr. A. Töpler.

Zur optischen Analyse der Vorgänge, welche sich bei den rasch aufeinander folgenden Vibrationen tönender Körper geltend machen, hat man sich seit Wheastone's Untersuchungen über die Geschwindigkeit der Elektricität und über die chemische Harmonica vielfach mit Vortheil des rotirenden Spiegels bedient. Anderentheils bietet die von Wilhelm Weber erfundene und seitdem durch Apparate der mannigfachsten Art verbesserte Vibrographie das Mittel, einfache und combinirte Schwingungen fester Körper graphisch darzustellen und sogar zu Messungen geeignet zu machen. Die Vorzüge beider Methoden für die empirische Forschung lassen sich leicht durch Anwendung eines Principis vereinigen, welches bisher nur dazu gedient zu haben scheint, in den physikalischen Kabinetten die Grundlage einer interessanten Spielerei zu seyn, nämlich durch das Princip der stroboskopischen Scheiben.

Das
Scheibe
teau s
Theil i
Täusch
druckes
keit de
chungen
mung
pische
unvoll
den Fl
das su
Flamme
ner sch
nach.
Tagesl
monica
digkeit
andern
strobos
tung h
in sei
strahl
dialer
schein
ben,
übers
wie d
Schwi
thode
D
Beob

- 1) Si
sch
- 2) Si
Ba

Das Thaumatrop von Dr. Paris, die stroboskopischen Scheiben von Stampfer und das Anorthoskop von Plateau sind bekanntlich Apparate, welche, wenn auch zum Theil in wesentlich verschiedener Weise, solche optische Täuschungen hervorrufen, die auf der Dauer des Lichteindrucks im Auge beruhen. In Bezug auf die Anwendbarkeit des stroboskopischen Principes zu optischen Untersuchungen erwähnt Stampfer nur einer exacten Bestimmung der Dauer des Lichteindrucks ¹⁾. Das thaumatropische Princip benutzte zuerst Savart, wenn auch in sehr unvollkommener Weise, um das Zerreißen von ausfliessenden Flüssigkeitsstrahlen zu studiren. Rogers wies ferner das successive Aufleuchten und Verschwinden der singenden Flamme (der chemischen Harmonica) durch Anwendung einer schwarzen Kreisscheibe mit weissem, radialem Streifen nach. Bei rascher Rotation verschwand der Streifen im Tageslicht. Bei der Beleuchtung durch die chemische Harmonica erschien jedoch der Streifen je nach der Geschwindigkeit der Scheibe ruhend, oder in dem einen oder dem andern Sinne langsam rotirend. Der erste, welcher das stroboskopische Princip zu exacter, subjectiver Beobachtung benutzte, ist meines Wissens Prof. Magnus, welcher in seiner interessanten Untersuchung über den Ausflusstrahl eine vor dem Auge rotirende Scheibe mit enger, radialer Spalte benutzte ²⁾. In der experimentalen Akustik scheint das Princip bis jetzt keine Geltung erlangt zu haben, es sey denn, daß dahin zielende Vorschläge ganz übersehen worden sind, da sonst Untersuchungsobjecte, wie die chemische Harmonica und noch gar manche andere Schwingungserscheinungen, ohne Zweifel nach dieser Methode geprüft worden wären.

Denkt man sich ein irgendwie in Vibration begriffenes Beobachtungsobject, welches n mal pro Secunde periodisch

1) Siehe darüber »Die stroboskopischen Scheiben oder optischen Zauberscheiben« von J. Stampfer, Wien 1833.

2) Siehe »Hydraulische Untersuchungen« von G. Magnus, Pogg. Ann. Bd. 106, S. 18.

wiederkehrende Phasenunterschiede in Bezug auf Geschwindigkeit und örtliche Lage durchläuft, wobei die Zeitdauer je einer Vibration eine so kleine sey, daß das bloße Auge dieselben nicht mehr verfolgen kann, wie dies bei tönenden Körpern allerdings der Fall ist; stellt man sich ferner vor, es befinde sich *dicht* vor dem beobachtenden Auge eine nach Art einer Sirene durchlöchernte Scheibe, so wird bei der raschen Rotation der Scheibe der schwingende Körper in einer gewissen Phase der Vibration zu ruhen scheinen, wenn gerade n Löcher pro Secunde vor dem Auge vorbeigehen. In diesem Falle erblickt nämlich das Auge den schwingenden Körper nur in einer gewissen und zwar stets derselben Phase. Sämmtliche successiven Gesichtseindrücke summiren sich im Auge zu einem ruhenden Bilde. Gesetzt aber, es habe die durchlöchernte Scheibe eine geringe Verzögerung gegen den schwingenden Körper, so daß nur $n - 1$ Löcher pro Secunde vor dem Auge passiren, so wird bei jedem momentanen Aufblitzen des Bildes auf der Netzhaut das Object um $\frac{1}{n}$ seiner ganzen periodischen Veränderung vorgerückt erscheinen, welche Eindrücke sich zu einem bewegten Bilde summiren, daß pro Secunde einmal die wirkliche Phasenveränderung des vibrierenden Objectes reproducirt. Ist die Zahl der Löcher auf der rotirenden Scheibe pro Secunde $= n - m$, so durchläuft das Bild m scheinbare Vibrationen in demselben Sinne wie das Object. Durch eine analoge Schlussfolgerung findet sich, daß bei der Lochzahl $n + m$ das Bild auf der Netzhaut zwar auch m scheinbare Perioden, aber in *retrogradem* Sinne durchläuft. Man kann also durch passende Regulirung des Unterschiedes m die Schwingungsphasen des tönenden Körpers *beliebig verlangsamt* optisch reproduciren und zwar in positivem und negativem Sinne. Das Auge wird in jedem Falle gerade so viele scheinbare Schwingungen beobachten, als das Ohr Stöße vernehmen würde, wenn man sich die rotirende Scheibe als Sirene angeblasen denkt, so daß zwischen den beiden erzeugten

Tön-
bem-
gilt,
rotir-

veru-
Schw-
fund-
von
len
eine
schie-
Der
grap-
zoge-
phie-
nes
ganz
optis-
der
Aku-
cips
durch-
als

Eine
des
Met-
dere
lebb-
ches
Oeff-
Ers-
sehr
auf
sehr
dau-

Tönen Interferenz stattfinden kann. Es ist ausdrücklich zu bemerken, daß obige Schlusfolgerung nur für den Fall gilt, daß sich das Auge des Beobachters *dicht* hinter der rotirenden Scheibe befindet.

Die-*es* Princip ist so einfach und allbekannt, daß man vermuthen sollte, es müßte dasselbe zum Studium der Schwingungserscheinungen schon häufiger Anwendung gefunden haben. In der That bietet es, wenn man dasselbe von einigen unten zu erwähnenden optischen Fehlerquellen befreit, ein ganz brauchbares Mittel zur Construction eines Universal-Vibroskops, welches über die Phasenunterschiede sowohl nach Raum als Zeit Aufschluß geben kann. Der Vorzug vor dem rotirenden Spiegel und dem Vibrographen liegt auf der Hand, da der erste in die Breite gezogene, in einanderfließende Bilder liefert, die Vibrographie aber nur über die Gestalt der Schwingungscurve eines einzigen schwingenden Punktes belehrt, nie aber den ganzen Körper in Bezug auf Veränderungen der Form, der optischen Eigenschaften etc. untersuchen läßt. Da ich in der mir bekannt gewordenen Literatur über experimentale Akustik nirgends eine Benutzung des stroboskopischen Princip in dieser Richtung gefunden habe, so versuche ich durch nachfolgende Mittheilung den Werth der Methode als analytisches Hülfsmittel nachzuweisen.

Meine ersten Versuche führte ich mit Stimmgabeln aus. Eine Stimmgabel, welche nahezu die nächst tiefere Octav des tönenden Objectes gab, trug an einer Zinke eine dünne Metall-scheibe mit einer feinen Oeffnung, während die andere Zinke durch ein Gewichtchen abbalancirt war. Bei sehr lebhafter Erregung der Stimmgabel sieht ein Auge, welches dicht hinter die Gleichgewichtslage der schwingenden Oeffnung gebracht wird, allerdings die Eingangs erwähnten Erscheinungen, wenn man vor dem Auge noch eine zweite sehr kleine Oeffnung anbringt. Allein das Experimentiren auf diese Art ist sehr unbequem, weil die Lichtstärke so sehr beeinträchtigt wird, anderentheils aber, weil die andauernde starke Erregung der Stimmgabel ohne complicirte

Vorrichtungen nicht erzielt werden kann. Ich wandte mich daher zu den rotirenden Scheiben mit concentrischen Lochreihen, wie sie bei jeder Sirene zur Anwendung kommen. Das schwierigste ist ohne Zweifel hierbei, der rotirenden Scheibe jede gewünschte Geschwindigkeit zu ertheilen und dieselbe während der Dauer der Beobachtung constant zu erhalten. Es würde sich dies ohne Zweifel leicht durch Gewichtsuhrwerke, vielleicht am besten durch eine kleine elektromagnetische Maschine erreichen lassen, welche letztere durch einen Rheostaten zu reguliren wäre. Indem die vollkommeneren Einrichtung eines solchen Mechanismus der Praxis überlassen bleibt, beschränke ich mich auf die Beschreibung einer Anordnung, welche bei einiger Uebung mit vollkommen befriedigendem Erfolg zu vibroskopischen Zwecken angewendet werden kann.

Es bedeutet A Fig. 1 Taf. V ein kleines Federuhrwerk, wie man ein solches gewöhnlich zu den Versuchen mit dem Farbenkreisel und den subjectiven Farben benutzt. Dasselbe hat allerdings keinerlei Regulirung. Durch Aufziehen einer starken Feder mittelst des Schlüssels *a* und des Sperrrades *b* wird eine geschwärzte Papierscheibe *B* von 5 bis 8 Zoll Durchmesser mit verschiedenen concentrischen Lochreihen in sehr rasche Rotation versetzt. Die Geschwindigkeit wird bei einem einmaligen Aufziehen allmählich einen Maximalwerth erreichen, um von da ab wieder langsam auf Null zu sinken. Zur Erzielung großer Geschwindigkeit eignen sich am besten Scheiben aus nicht zu starkem, aber undurchscheinendem Papier, wie dieselben schon von Magnus zur Beobachtung des Ausflusstrahles benutzt wurden, da dieselben sich durch Wirkung der Centrifugalkraft von selbst genau in die Rotationsebene legen und dadurch am wenigsten Widerstand in der Luft finden, während dickere Scheiben oder noch so dünne Metallscheiben stets schlagen. Der Apparat sey auf einem Beobachtungstisch festgeklemmt.

Blickt nun das Auge durch eine der Lochreihen nach einem tönenden Körper, z. B. einer singenden Flamme *f*, so

beobachtet man oben
Vor
Stände
drehbar
jeder
schlau
zu re
die C
finden
durch
schwi
baren
kann.
mentl
Nur
der C
Nach
digke
hat,
Secun
H
man
folgre
Verh
Schl
zähle
für a
den S
z. B.
wird
eine
der r
viel
Nun
Aufz
terau
Pag

beobachtet man bei einer gewissen Geschwindigkeit die oben erwähnten Erscheinungen, wenn auch vorübergehend. Vor der Scheibe ist ein kurzes Rohrstück *C* auf einem Ständer *Cs* befestigt, welcher letztere um das Gelenk *s* drehbar ist. Die Rohrmündung kann auf diese Weise vor jeder Lochreihe eingestellt werden. Durch den Gummischlauch *g* kann die Scheibe *B* mittelst eines mit dem Fuß zu regierenden Blasebalgs angeblasen werden, um durch die Coincidenz der Töne die passende Geschwindigkeit zu finden. Es gelingt nun allerdings erst nach einiger Uebung durch fortwährende Handhabung des Schlüssels *a* die Geschwindigkeit so constant zu erhalten, daß man die scheinbaren Schwingungen Minuten lang sehr gut beobachten kann. Es gehört hierzu viel Geduld und Ausdauer, namentlich wenn man es mit hohen Tönen zu thun hat. Nur das grobe Abstimmen geschieht nach dem Gehör; ist der Gleichklang der Töne erreicht, so wird das feinere Nachstimmen nach der scheinbaren Schwingungsgeschwindigkeit versuchsweise vollführt, bis man es dahin gebracht hat, die scheinbare Dauer einer Schwingung auf 2 bis 5 Sekunden zu erhalten.

Hat man jedoch eine Hilfsperson zur Hand, so kann man das Nachstimmen von derselben in folgender sehr erfolgreicher Weise besorgen lassen. Man untersucht das Verhältniß des Geschwindigkeitsumsatzes von der Axe des Schlüssels *a* bis zur Axe der Scheibe *B*, was durch Abzählen der Zähne des seitlich sichtbaren Räderwerks ein für alle Male erreicht werden kann. Denkt man sich nun den Schlüssel ruckweise nach dem Schlage eines Pendels z. B. um einen Zahn des Sperrrades weiter gedreht, so wird die als Schwungrad dienende Scheibe *B* allmählich eine constante Geschwindigkeit annehmen, bei welcher von der ruckweise aufgedrehten Feder pro Zeiteinheit ebensoviel abläuft, als durch je einen Sperrzahn aufgedreht wird. Nun läßt sich aber das Zeitintervall für das ruckweise Aufziehen je eines Sperrzahnes aus der Tonhöhe des Untersuchungsobjectes, der Lochzahl der Scheibe und dem

Uebertragungsverhältniſſe des Räderwerks leicht berechnen. Dieses Zeitintervall läßt man nun durch ein Metronom oder ein dem Hülfſarbeiter ſichtbares Fadenpendel markiren. Bei jedem Pendelschlage hat dieser den Schlüssel um einen Zahn weiter zu drehen, was durchaus nicht schwierig ist. Ist sonst das Räderwerk in gutem Zustande, so stellt sich durch den wachsenden Luftwiderstand und die Trägheit der Scheibe *B* ein Gleichgewichtszustand in der Geschwindigkeit der Scheibe her, welcher für alle Versuche mit nicht zu hohen Tönen völlig ausreicht. Zu Anfang des Versuchs bleibt allerdings die Scheibe etwas zurück, eilt dann vor und sinkt dann allmählich auf ihre Normalgeschwindigkeit, was leicht zu erklären ist. Der Beobachter kann nun ungehindert die Beobachtung ausführen. Sollten die scheinbaren Schwingungen noch zu rasch erfolgen, so genügt eine kleine Correction am Pendel oder Metronom. Nach diesem Verfahren ist die später zu gebende Untersuchung der singenden Flammen ausgeführt. Die Schwingungen erschienen so gleichförmig und langsam, daß ich mich nicht nach andern Mitteln zur Regulirung des Uhrwerks umzusehen brauchte. Leider müssen obige Vorbereitungen selbstredend bei jedem neuen Object mit anderer Tonhöhe wiederholt werden.

Was die Beobachtungen selbst betrifft, so leiden dieselben an Fehlerquellen, welche sich jedoch glücklicher Weise vermeiden lassen. Blickt man zunächst mit bloßem Auge durch die als durchsichtiger Kreis erscheinende Lochreihe, so erscheinen die Bilder der schwingenden Objecte undeutlich begränzt, wenn die Löcher einen Durchmesser haben, welcher im Verhältniß zum Abstände je zweier benachbarter Löcher erheblich ist. Denn in Wirklichkeit ist das Aufblitzen des Bildes beim Vorüberlaufen einer Oeffnung vor der Pupille nicht momentan. Ist das Verhältniß des Durchmessers eines Loches zu seinem Abstände von dem nächstfolgenden $1:p$ und ist die Scheibe zum tönenden Körper richtig gestimmt, so verfließt während des Vorüberganges eines Loches $\frac{1}{p}$ einer Schwingung des Objectes.

Das Bild muß also umsomehr verzerrt seyn und in das der nächstfolgenden Phase übergreifen, je kleiner p ist.

Ich mußte mich daher sehr wundern, bei sehr vielen schwingenden Objecten ganz deutliche Bilder zu erhalten, als p nicht mehr als 10 bis 12 betrug. Diefs erklärt sich aber bei genauer Ueberlegung folgendermaassen. Gesetzt die rotirenden Löcher seyen kreisförmig und genau vom Durchmesser der Pupille, so ist die Intensität des Lichteindrucks während des Vorüberganges eines Loches durchaus wandelbar. Indem sich das betreffende Loch allmählich vor die kreisförmige Pupille schiebt, wächst die Helligkeit rasch von 0 bis auf einen bestimmten Maximalwerth und zwar wird die Lichtintensität stets von dem Flächeninhalt des über einandergreifenden Theiles beider Kreise (Loch und Pupille) abhängig seyn. Das Maximum der Helligkeit wird thatsächlich nur einen Moment dauern, um dann ebenso rasch wieder abzunehmen. Der im Auge zurückbleibende Lichteindruck muß also offenbar derjenigen Stellung des schwingenden Objectes entsprechen, welche mit jenem Helligkeitsmaximum zusammenfällt. Die benachbarten Stellungen des Objectes, welche während des Vorüberganges eines Loches außerdem noch sichtbar sind, werden zurücktreten, weil sie einer geringeren Helligkeit entsprechen. Daher erklärt es sich, daß man bei Löchern von nicht mehr als dem Pupillendurchmesser selbst sehr zarte Objecte, wie schwingende Saiten oder Fäden, noch recht gut beobachten kann, wenn obiges p nicht mehr als 20 bis 25 beträgt. Es erklärt sich hieraus ferner die bei oberflächlicher Betrachtung paradox erscheinende Thatsache, daß z. B. Löcher vom doppelten Pupillendurchmesser selbst dann undeutliche Bilder geben, wenn ihr gegenseitiger Abstand auch auf das Doppelte und darüber gesteigert wird. Am passendsten sind bei der Beobachtung mit bloßem Auge Löcher von 3 bis 4 Millim. Durchmesser, da die Pupille sich bekanntlich bei lichtschwachen Objecten etwas über das normale Maass erweitert.

Aus letzter Erörterung geht nun ohne Weiteres von

selbst hervor, daß Löcher von geringerem, als dem Pupillendurchmesser der Deutlichkeit der Bilder *durchaus Nichts* nützen können, da dieselben, so lange sie mit voller Oeffnung vor der Pupille weilen, eine *constante* Lichtmenge ins Auge lassen, welche in diesem Falle also nicht ein *momentanes Maximum* erfährt. Will man aber z. B. bei sehr hohen Tönen dennoch kleinere Löcher auf der Scheibe *B* Fig. 1 Taf. V anwenden, so muß man vor dem Auge ebenfalls noch eine ebenso kleine ruhende Schauöffnung aufstellen, um ein *momentanes Helligkeitsmaximum* zu erzielen. Daher befindet sich dicht vor der rotirenden Scheibe *B* Fig. 1 noch eine kleinere drehbare Metallscheibe *G*, welche Oeffnungen der verschiedensten Art trägt, den verschiedenen rotirenden Lochreihen entsprechend. Diese Scheibe *G* läßt sich mittelst des um *t* drehbaren Ständers *Et* vor jeder Lochreihe feststellen, so daß die correspondirenden Oeffnungen von *G* und *B* sich in einer gewissen Lage momentan decken. Das beobachtende Auge wird dicht hinter der betreffenden ruhenden Oeffnung von *G* eingestellt.

Was oben von kreisförmigen Oeffnungen gesagt wurde, gilt natürlich auch von radialen Spalten in der Scheibe *B*. Auch bei diesen ist es durchaus zwecklos, sie schmäler als den Pupillendurchmesser zu machen (wenn man ohne die Scheibe *G* beobachtet), da hierdurch die Helligkeit und Deutlichkeit in gleichem Sinne beeinträchtigt werden. Hat man aber auch in der ruhenden Scheibe *G* eine gleich große Spalte angebracht, welche sich genau vor der rotirenden Spaltreihe auf *B* placiren läßt, so gewährt dies manchen Vortheil. Zunächst gestalten sich die Bedingungen für das Auftreten eines momentanen Helligkeitsmaximums bei zwei parallelen über einander hergleitenden Spalten noch günstiger, als bei kreisförmigen Oeffnungen, wie eine einfache Rechnung nachweist. Anderntheils kann trotz dessen bei schmalen Spalten ein größerer Theil der wirklichen Pupillenöffnung ausgenutzt werden, als bei kleinen Kreislöchern. Ich habe daher zu meinen Versuchen verschiedene Papierscheiben *B* angewandt mit folgenden Loch-

zahl
6, 9,
spal
die t
messe
rung
Löch
tungs

V
keit
des g
daß s
zahl
ganz
Pupill
offen
chen,
bei je
masse
dem
pille
vom
= r,
die Z
die H

und,
abhän
durch
unter
chend
W
die ro
eine
namen
falsch

zahlen, wovon je drei auf eine Scheibe kommen: 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 24, 36. Die letzten drei Lochreihen sind spaltenförmig mit einer Spaltenweite von 2 und $1\frac{1}{2}$ Millim., die übrigen sind Kreislöcher von 3 und 4 Millim. Durchmesser. Engere Spalten, als vorstehende, geben Verzerrung der Bilder durch Beugungsphänomene. Dieselben Löcher sind natürlich auch sämmtlich auf der Beobachtungsscheibe *G* vertreten.

Wie sich ganz von selbst versteht, ist die totale Helligkeit der bewegten Bilder weit geringer, als die Helligkeit des gewöhnlichen Sehens, und zwar ist leicht einzusehen, daß sie bei gleicher GröÙe der Löcher mit steigender Lochzahl zunimmt. Denn gesetzt, die Lochreihe bildete einen ganz offenen, ringförmigen Streifen von der Breite des Pupillendurchmessers, so wäre die Helligkeit des Bildes offenbar = 1. Ist aber der ringförmige Streifen unterbrochen, wie es in der That der Fall ist, so gelangt offenbar bei jeder Rotation nur der sovielte Theil der vorigen Lichtmasse ins Auge, als die Gesamtfläche der Oeffnungen in dem Inhalte des ganzen Ringes vom Durchmesser der Pupille enthalten ist. Setzt man also kreisförmige Oeffnungen vom Durchmesser der Pupille voraus, nennt ihren Radius = r , bezeichnet ferner R den Radius der Loch und ist Z die Zahl der Löcher, so ist, wie sich leicht beweisen läßt, die Helligkeit ausgedrückt durch:

$$\frac{Z \cdot r}{4R}$$

und, wie man sieht, von der Rotationsgeschwindigkeit unabhängig. Die meisten Versuche lassen sich nun leicht durch intensive Beleuchtung des Beobachtungsobjectes so unterstützen, daß die Bilder scharf und doch dabei ausreichend hell sind.

Wenn man mit bloßem Auge ohne die Scheibe *G* durch die rotirenden Lochreihen beobachtet, so schleicht sich noch eine Fehlerquelle ein, welche parallaxtischer Natur ist und namentlich bei Betrachtung größerer tönender Objecte ganz falsche Vorstellungen veranlassen kann. Es bedeuten ϕ

Fig. 2 Taf. V die Zinken einer großen Stimmgabel, welche bekanntlich bei der Erregung durch Anschlagen *gleichzeitig* gegen einander und von einander schwingen. Befindet sich nun das Auge O in einiger Entfernung hinter dem in der Richtung des Pfeiles rotirenden Scheibenrände s , so erblickt es in einem gewissen Moment die Zinke c durch die Oeffnung a . Letztere kommt erst nach kurzer Zeit in die punktirte Lage a' , wobei die Zinke d sichtbar wird. Diese wird sich daher bereits in einer entsprechend späteren Vibrationsphase befinden. Das beim Vorübergehen einer jeden Oeffnung aufblitzende Totalbild wird daher nicht in allen Theilen der gleichen Schwingungsphase entsprechen. Diejenigen Theile des Objects, welche sich in der Richtung der Scheibenrotation befinden, haben eine scheinbare constante Vorausschlag. Dieser Fehler stammt also kurz daher, weil von den verschiedenen Punkten des schwingenden Objectes aus betrachtet in einem bestimmten Zeitmomente die relative Lage der bewegten Oeffnung zu der Pupille nicht dieselbe ist. Bedeutet T die Dauer einer Oscillation des tönenden Körpers, m den Abstand zweier Löcher auf der Scheibe, so ist dies zugleich der Weg, welchen bei richtiger Abstimmung der Scheibe eine Oeffnung fast genau während der Zeit T durchläuft. Bezeichnet ferner a den Abstand des Auges von der Scheibe und α den Gesichtswinkel der tönenden Stimmgabel in Fig. 2, so ist leicht einzusehen, daß der scheinbare Phasenunterschied zwischen c und d in Zeit ausgedrückt

$$= T \cdot \frac{2a \tan \frac{\alpha}{2}}{m}$$

ist, welcher Ausdruck somit als Maass für den parallactischen Fehler zu betrachten ist. Aus diesem Fehler erklärt sich also die auffallende Täuschung, daß die Zinken einer großen Stimmgabel nicht gleichzeitig gegeneinander zu schwingen scheinen. Ferner erscheint ein einseitig eingeklemmter, schwingender Stahldraht, dessen Längsrichtung mit der Bewegungsrichtung der Löcher übereinstimmt, aus

einiger
fach g
paralle
daß m
herung
thunlic
hendem
nert, a
einem
punkt
beliebi
kann a
astron
größes
hierdu
durchs
beiden
Allerdi
die He
Maafsg
als G I
Durch
die Oe
vor da
Die B
Vorth
der O
ist so
bis 8
Die
genden
die mi
vorläu
1) I
1) Die
thos
ten

einiger Entfernung durch die Scheibe betrachtet nicht einfach gebogen, sondern schlangenförmig gekrümmt¹⁾). Der parallactische Fehler kann nur dadurch eliminirt werden, daß man $\alpha = 0$ macht. Aber leider ist eine große Annäherung des Auges an die Scheibe aus vielen Gründen unthunlich. Durch die Scheibe *G* Fig. 1 Taf. V mit den ruhenden Oeffnungen wird der Fehler nur in sofern verkleinert, als dadurch das Gesichtsfeld beschränkt wird. Mit einem Fernrohrobjectiv, dessen Mittelpunkt den Kreuzungspunkt des Auges gewissermaassen vertritt, kann man aber beliebig nahe an die rotirende Scheibe herangehen. Daher kann auf den Ständer *Et* vor der Scheibe *G* ein kleines astronomisches Fernrohr *F* von nur $1\frac{1}{2}$ bis 2 maliger Vergrößerung aufgeschraubt werden. Der obige Fehler ist hierdurch fast vollständig beseitigt. In der That erscheinen durchs Fernrohr die Schwingungen einer Stimmgabel an beiden Zinken vollkommen gleichzeitig und entgegengesetzt. Allerdings nimmt bei der Beobachtung durch das Fernrohr die Helligkeit noch etwas ab, allein man kann hierbei nach Maafgabe der Vergrößerung sowohl auf der Scheibe *B* als *G* Fig. 1 Taf. V etwas größere Löcher (bis zu 6 und 7^{mm} Durchmesser) benutzen. Es versteht sich von selbst, daß die Oeffnungen der Scheibe *G* bei der Beobachtung central vor das dicht dahinter befindliche Objectiv zu stellen sind. Die Beobachtung durchs Fernrohr gewährt namentlich den Vortheil eines großen Gesichtsfeldes, da das Letztere von der Oeffnung des Objectivs unabhängig ist. Das Fernrohr ist so einzurichten, daß es auch für Entfernungen von 6 bis 8 Zoll deutlich eingestellt werden kann.

Die ganze oben erläuterte Vorrichtung will ich in Folgendem der Kürze halber »Vibroskop« nennen. Was nun die mit demselben auszuführenden Versuche betrifft, so sey vorläufig Folgendes bemerkt:

1) Die Schwingungen von einseitig befestigten Stäben

1) Diese parallactischen Erscheinungen sind bei dem Plateau'schen Anorthoskop gerade die Wesentlichen, da bei demselben die rotirenden Spalten aus ziemlich großer Entfernung betrachtet werden müssen.

und nicht zu kleinen Stimmgabeln sind sehr leicht zu studiren, wenn man dieselben vor einer hellen Fläche aufstellt oder vor einer dunklen Fläche stark beleuchtet. Man sieht nicht allein auffallend deutlich die langsame Formveränderung, sondern bei einigermaßen constanter Rotation des Vibroskops ist es sehr leicht, die Geschwindigkeit zu beurtheilen, welche der schwingende Körper auf jedem Punkte der Bahn hat.

- 2) Die Bänder einer angeblasenen natürlichen oder künstlichen Stimmritze zeigen ihre Formveränderung in den verschiedenen Phasen der Schwingung sehr deutlich. Es ist nicht zu bezweifeln, daß mit Hülfe des Rachenspiegels und intensiver Beleuchtung das Vibroskop auch geeignet wäre, physiologische Studien an der lebenden Stimmritze während des Tönens zu machen.
- 3) Es versteht sich von selbst, daß man die schönen Versuche von Magnus über die Auflösung des Ausflußstrahles mit dem obigen Apparat leicht wiederholen kann, wenn man kleine Geschwindigkeit der Scheibe und geringe Lochzahl benutzt ¹⁾.
- 4) Schwingende Saiten beobachtet man vor einer erhaltenen Fläche, oder falls es glänzende Metallsaiten sind, bei guter Beleuchtung über einer geschwärzten

1) Ich erwähne an dieser Stelle, daß Dr. Kersting in Riga die Form des Ausflußstrahles durch einen sehr einfachen Versuch in größerem Maßstabe nachweist. Aus einem etwa unter 80° gegen den Horizont geneigten Ausflußrohr von $\frac{1}{2}$ Zoll Weite steigt ein dicker Wasserstrahl bis auf etwa 8 Fuß Höhe. Der lange und weite Zuleitungsschlauch ist mit einem Hahn versehen, welcher sich *sehr rasch* schließen läßt. Der aufsteigende Strahl erscheint von einer gewissen Höhe an trübe. Wird nun der Hahn sehr rasch geschlossen, so fällt die noch in der Luft schwebende Wassermasse seitlich herab und zeigt sich dabei an oberen Theile als aus 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll dicken, klaren Wasserkugeln bestehend, während der untere Theil noch zusammenhängt, aber nach oben hin zunehmende, regelmäßige Einschnürungen und Ausbauchungen besitzt, welche durchaus nicht trübe, sondern ebenfalls klar wie Glas sind. Die Elasticität des Zuleitungsschlauches ist bei diesem Versuche wesentlich.

Unterlage. Will man die ganze Saite bequem übersehen, so wird das Vibroskop ungefähr in der Richtung der Saite so aufgestellt, daß man diese verkürzt erblickt. Bei der Erregung der Saiten durch Anschlagen erblickt man außer der stehenden Schwingung, welche dem Grundton entspricht, stets auch Ausbiegungen, welche auf der gekrümmten Saite hin und her laufen. Am besten ist dies an langen, dünnen Metallsaiten wahrzunehmen. Bei diesen ist mir aufgefallen, daß die Beschleunigung in dem Augenblicke, in welchem die Saite die Gleichgewichtslage passirt, sich durchaus nicht immer so darstellt, wie man dieselbe nach der Theorie erwarten sollte.

- 5) Sehr gut zeigen sich die Schwingungsphasen der chemischen Harmonica-Flamme, wenn man dieselbe im verfinsterten Raume beobachtet. Das Object trägt sogar einige Vergrößerung. In der nächstfolgenden Abhandlung sollen die wichtigsten Schwingungsformen der singenden Flamme genauer beschrieben werden. Es ist desgleichen zu erwarten, daß die Versuche von Dr. Kundt über die doppelte Brechung tönender Glasstäbe sich ohne Mühe mit der rotirenden Scheibe wiederholen lassen, wobei die allmähliche Veränderung der Polarisationsfigur in Bezug auf Zeit und Ort ohne Zweifel besser zu beobachten seyn wird, als durch den rotirenden Spiegel.
- 6) Eine sehr instructive Form nehmen die Versuche mit dem Wheatstone'schen Kaleidophon (die Lissajous'schen Lichtfiguren) an, wenn sie mit obigem Vibroskop untersucht werden, indem sich daraus einige für die Theorie des Apparates nicht uninteressante Schlüsse ziehen lassen. Denkt man sich der Einfachheit halber einen horizontal eingeklemmten Stahlstab, dessen freies Ende beim excentrischen Anstoß eine elliptische Schwingung vollführt, so wird diese Curve bekanntlich dadurch sehr deutlich sichtbar, daß man das schwingende Ende halbkugelför-

mig polirt und intensiv beleuchtet. Das Vibroskop
 muß natürlich die Lichtcurve in einen einzigen Licht-
 punkt auflösen, welcher je nach der Abstimmung des
 Apparates die Schwingung im positiven oder negati-
 ven Sinne langsam zu vollführen, oder endlich zu
 ruhen scheint, wenn nämlich die Scheibe des Vibro-
 skops, als Sirene betrachtet, den Ton des Stabes
 giebt. Man kann sich nun leicht überzeugen, daß
 in theoretischem Sinne der Erfolg derselben seyn
 wird, wenn die rotirende Scheibe die nächst tiefere
 oder überhaupt eine n mal so tiefe Octave des Stab-
 tones angiebt. Denn man würde in diesem Falle
 bei jedem Vorübergang eines Loches vor dem Auge
 ebenfalls den Lichtpunkt stets an ein und derselben
 Stelle der Bahn erblicken, selbst wenn in der Zeit
 zwischen dem Vorübergange zweier Löcher n ganze
 Vibrationen des Punktes erfolgt sind. Dieß ist auch
 in der That der Fall; allein man erblickt in diesem
 Falle nicht einen Lichtpunkt, sondern einen Licht-
 streif, welcher um so länger ist, je tiefer die vom
 Vibroskop angegebene Octave unter dem Tone des
 Stabes liegt. Die Erklärung ist einfach. Der Punkt
 beschreibt während des Verweilens einer Oeffnung
 vor dem Auge ein immer größeres Stück seiner gan-
 zen Bahn, je langsamer die Vibroskopscheibe rotirt.
 Dasselbe gilt natürlich auch von allen übrigen schwin-
 genden Körpern; die tieferen Octaven lösen zwar
 auch die Schwingungen, aber um so undeutlicher,
 je größer das Tonintervall ist. Ganz anders verhält
 sich die Sache, wenn das Vibroskop eine oder meh-
 rere Octaven höher gestimmt ist, als der schwingende
 Körper. Gesetzt, es bedeute die elliptische Curve
 Fig. 3 Taf. V die Bahn des schwingenden Lichtpunk-
 tes a , welcher bei gleicher Octavenhöhe des Vibro-
 skops in der Richtung des Pfeiles langsam fortrückt;
 so ist klar, daß, wenn man nun das Vibroskop eine
 Octave höher stimmt, der Lichtpunkt während je ei-

Aus-
 folgende
 Scheibe
 und lä
 man A
 welche
 Beweg
 schein
 verwirr
 aber e
 um die
 Vorgar
 eines I
 die Ba
 complic
 scheinu
 Aus
 unter
 beobac
 hat ma
 wird,
 blicken
 ander
 ein sch

ner Schwingung zweimal gesehen wird, und zwar auf entgegengesetzten Orten seiner Bahn. Man erblickt also dann zwei Lichtpunkte *a* und *b*, welche in gleichem Sinne langsam fortrücken. Kurz: ist das Vibroskop *n* Octaven höher gestimmt, so sieht man *n* Lichtpunkte wie eine rotirende Perlschnur. Wäre die Geschwindigkeit in allen Punkten der Ellipse gleich groß, so würden die Lichtpunkte gleichen Abstand haben. An den Endpunkten der großen Axe erscheinen jedoch die Lichtpunkte dichter gedrängt, und wie leicht einzusehen, giebt der gegenseitige Abstand zweier Lichtpunkte *einen Maassstab für die absolute Geschwindigkeit* auf der Curve.

Aus obiger Erläuterung erklärt sich ohne Weiteres die folgende Erscheinung. Dreht man unter Benutzung der Scheibe mit 24 oder 36 Löchern das Uhrwerk stark auf und läßt es dann ohne Nachstimmung ablaufen, so sieht man Anfangs eine große Zahl von Lichtpunkten rotiren, welche in einem gewissen Augenblicke still stehen und ihre Bewegungsrichtung umkehren. Von jetzt ab wird die scheinbare Bewegung immer rascher, bis sich das Bild verwirrt. Dann allmählich entwirrt es sich wieder, hat aber einen Punkt weniger und steht zuletzt wieder still, um die Bewegungsrichtung abermals umzukehren. Dieser Vorgang wiederholt sich unter jedesmaligem Verschwinden eines Lichtpunktes, bis zuletzt nur ein einziger Lichtpunkt die Bahn beschreibt. Es ist ferner klar, daß auch die complicirteren Lichtfiguren des Kaleidophons analoge Erscheinungen geben.

Auch bei anderen schwingenden Objecten kann man unter obigen Umständen die Vervielfältigung der Bilder beobachten, so z. B. bei schwingenden Saiten. Auch hier hat man den Vortheil, wenn nur ein Doppelbild erzeugt wird, diejenigen Phasenzustände stets gleichzeitig zu erblicken, welche grade um eine halbe Schwingung von einander abstehen, was für die Beurtheilung der Bewegung ein sehr wesentliches Hülfsmittel ist.

Noch unter anderen Umständen erfolgt eine theilweise Auflösung der Bilder, welche zuweilen Interesse haben kann. Gesetzt es vollführe das schwingende Object n Vibrationen pro Secunde, während gleichzeitig m Löcher vor dem Auge vorbeilaufen, so bemerkt man überhaupt periodische Veränderungen im optischen Bilde, falls n und m fast genau ein einfaches Zahlenverhältniß darstellen, so daß die betreffenden Töne ein harmonisches Intervall bilden. Die hierbei entstehenden Zuckungen des Bildes sind complicirter Art und müssen für jeden Fall besonders untersucht werden. Ohne näher auf den Gegenstand einzugehen, wird man erkennen, daß die hierher gehörenden Phänomene in optischem Sinne das reproduciren, was im akustischen Sinne die sogenannten Combinationstöne sind.

7) Eine fernere Erweiterung erfährt die Anwendung des Vibroskops durch folgenden Versuch. Man kann auf einer und derselben ringförmigen Zone der Scheibe *B* Fig. 1 Taf. V offenbar zwei verschiedene Locheintheilungen zugleich anbringen, welche somit bei der Rotation gleichzeitig zur Wirksamkeit kommen. Auf diese Weise können zwei Objecte von verschiedener Schwingungsdauer gleichzeitig analysirt werden, denn die beiden verschiedenen Locheintheilungen stören sich merkwürdiger Weise in ihrer optischen Wirkung nur unerheblich.

8) Die überraschendste Vervollkommnung erfahren jedoch alle in Obigem geschilderten Versuche, wenn man durch die rotirende Scheibe eine intermittirende Beleuchtung herstellt und zwar nach denselben Grundsätzen, wie sie für directes Sehen entwickelt wurden.

Es bedeutet *H* Fig. 4 den Spiegel eines gewöhnlichen Heliostaten, wie man ihn beim Sonnenmikroskop benutzt. Die Linse *L* giebt in *o* ein kleines Sonnenbild, von welchem die Strahlen in das verfinsterte Beobachtungslocal divergiren. Man stelle nun das Vibroskop, von welchem in Fig. 4 nur die Scheibe *B* mit ihrer Axe *a* gezeichnet ist, so auf, daß der Conus von Sonnenstrahlen gerade

durch ein
Nebenlie
Röhre
schiebt,
diese in
schwind
trachtet
nenden
scheibe
man die
quemlich
läßt. M
Persone
man ka
Lupe a
Stimmung
Verdopp
auf eine
scheinba
deutlich
sollte,
benutzt.
vom Br
gel die
diesem
ein Hel
Loch
Erörter
Benutzt
lencylin
Stahlspi
Lichtfig
oder vi
bei die
Gränzen
steht si

durch eine der Lochreihen (bei x etwa) fallen kann. Alles Nebenlicht wird dadurch abgehalten, daß man auf die Röhre des Sonnenmikroskops noch ein Rohrstück aufschiebt, welches fast bis zur Scheibe B reicht. Setzt man diese in Rotation, so erscheint bei einer gewissen Geschwindigkeit der ausfahrende Strahlenkegel constant. Betrachtet man bei dieser Beleuchtung nun irgend einen tönenden Körper z. B. eine Saite S , welche mit der Lochscheibe ganz wie früher nahezu gleich gestimmt ist, so kann man die Schwingungen mit einer Deutlichkeit und Bequemlichkeit studiren, welche nichts zu wünschen übrig läßt. Man hat hierbei nicht allein den Vortheil, daß viele Personen zugleich das Object betrachten können, sondern man kann nun selbst mikroskopische Schwingungen mit der Lupe aus beliebiger Nähe untersuchen. Bei Saiten und Stimmgabeln kann man ebenfalls die früher besprochene Verdoppelung der Bilder auch für die Schatten-Figuren auf einem Schirm vergrößert nachweisen. Die Gestalt der scheinbar langsam schwingenden Objecte erscheint viel deutlicher begränzt, als man von vorne herein vermuthen sollte, besonders wenn man folgende Vorsichtsmaafregel benutzt. Man bemesse die Entfernung der Lochscheibe B vom Brennpunkte o so, daß der divergirende Strahlenkegel die vorüber eilenden Löcher gerade ganz ausfüllt. In diesem Falle existirt auch bei dieser Beobachtungsmethode ein Helligkeitsmaximum von momentaner Dauer für jedes Loch. Daher gelten hier ebenfalls die oben gegebenen Erörterungen über die Deutlichkeit der optischen Bilder. Benutzt man anstatt eines Strahlenkegels einen feinen Strahlencylinder, der auf passend combinirte Stimmgabeln mit Stahlspiegeln fällt, so lassen sich die Lissajous'schen Lichtfiguren leicht objectiv und zwar wie oben in einen oder viele fortrückende Lichtpunkte auflösen. Daß ferner bei diesen Versuchen das Sonnenlicht innerhalb gewisser Gränzen durch künstliches Licht ersetzt werden kann, versteht sich ganz von selbst.

VII. *Vibroskopische Beobachtungen über die Schwingungsphasen singender Flammen (der chemischen Harmonica) mit Benutzung des Schlierenapparates; von Dr. A. Töpler.*

Die Flamme der sogenannten chemischen Harmonica ist in der mannigfachsten Weise bisher optisch studirt worden. Namentlich haben zur Analyse derselben Wheatstone, Tyndall, Schaffgotsch, Grailich und Weifs sich des rotirenden Spiegels bedient¹⁾. Im Allgemeinen lehren diese Versuche mit Bestimmtheit, daß den raschen Vibrationen der Flamme abwechselnde Helligkeits-Maxima und Minima entsprechen. Ueber die Formveränderung der einzelnen Flammenzonen kann der rotirende Spiegel naturgemäß keinen Aufschluß geben. Es scheint sogar bisher noch unentschieden zu seyn, ob zwischen dem stoßweisen Aufleuchten der Flamme unter Umständen ein völliges Verschwinden derselben eintreten könne, kurz ob die Tonerregung rasch aufeinander folgenden Explosionen zuzuschreiben sey, oder ob das Spiegelbild nur aus einem successiven Größer- oder Kleinerwerden der Flamme hergeleitet werden kann.

Das auf das stroboskopische Princip gegründete Vibroskop, wie ich es in der vorausgeschickten Abhandlung (Seite 112) beschrieb, eignet sich auch unter Anwendung des Fernrohrs ganz besonders für ein leuchtendes Object wie die singende Flamme. Die Bilder werden unter den erläuterten Vorsichtsmaafsregeln so scharf und deutlich, daß man sogar nicht über die successiven Veränderungen in Zweifel bleiben kann, welche die einzelnen wohl unterscheidbaren Zonen der Flamme während einer Schwingung durchlaufen. Im Folgenden theile ich die Resultate

1) Ueber die bisherigen Versuche, die Schwingungsphasen der singenden Flamme optisch aufzulösen, giebt Pisko in seinen »Neueren Apparaten der Akustik« eine übersichtliche Zusammenstellung.

einer
erschei
singen
die U
unsich
Flamm
gem A
dasselb
Zu
vier G
habung
tungen
paralle
den H
folgend
vom Q
gericht
schlier
quadra
mit st
Diese
nen D
Wasse
die D
No.
I.
II.
III.
IV.
Die
sernen
war d
Ich

einer kurzen Versuchsreihe mit, welche vielleicht genügend erscheinen dürfte, manche noch dunkle Fragen über die singenden Flammen zu ihrem Abschluss zu bringen. Um die Untersuchung auch auf die dem bloßen Auge ganz unsichtbar bleibenden inneren und äußeren Zonen der Flamme auszudehnen, benutzte ich nicht nur das in vorigem Abschnitt beschriebene Vibroskop, sondern combinirte dasselbe auch noch mit dem Schlierenapparate.

Zur Herstellung der singenden Flammen gebrauchte ich vier Glasrohre von nahezu gleicher Länge, um die Handhabung des Vibroskops zu erleichtern. Da die Beobachtungen im Schlierenapparat nur zwischen planplanen und parallelen Glaswänden möglich sind, so waren drei von den Harmonicaröhren von quadratischem Querschnitt und folgendermaassen hergestellt. Es wurden zwei Holzleisten vom Querschnitt *b* und *c* Fig. 5 Taf. V sehr genau so hergerichtet, daß sie mit zwei vollkommen geraden, möglichst schlierenfreien Spiegelglas-Streifen *e* und *d* ein Rohr von quadratischem Querschnitt *a* bildeten. Die Fugen wurden mit starkem Papier hernach aufs sorgfältigste verklebt. Diese vierseitigen Röhren sprachen bei den unten gegebenen Dimensionen mit Leuchtgas etwas schwieriger, mit Wasserstoffgas jedoch alle ganz gut an. Folgendes sind die Dimensionen der benutzten Harmonicaröhre.

No.	Länge	Querschnitt.
I. 623½	Millim.	quadratisch 15 Millim. Seite
II. 624½	"	" 18 " "
III. 623	"	" 21 " "
IV. 677	"	kreisförmig 22 Millim. Durchmesser

Diese Harmonicaröhre wurden combinirt mit vier gläsernen Brennerrohren mit ausgezogener Spitze, und zwar war die lichte Weite des Ausflusses bei:

No. 1 = 0,6 Millim.

" 2 = 0,9 "

" 3 = 1,2 "

" 4 = 1,6 "

Ich beschränkte mich bei den folgenden Versuchen auf

die obigen Rohrlängen, weil sie für den Gebrauch des Vibroskops gerade sehr bequem waren und alle bei der chemischen Harmonica bisher beobachteten, auffälligen Erscheinungen bei veränderten Gasdruck hinreichend vollkommen erkennen ließen. Die oben gewählte Bezifferung für die Rohre sowohl als die Brenner soll der Kürze halber in der folgenden Erörterung beibehalten werden. Die Rohre sprechen bekanntlich auch je nach der Flammenhöhe verschieden leicht an und es ist in dieser Beziehung Folgendes zu bemerken, indem unter einer großen Flamme eine solche von $\frac{3}{4}$ bis 1 Zoll Höhe, unter einer mittleren eine Flamme von etwa $\frac{1}{2}$ Zoll und endlich unter einer kleinen Flamme eine solche unter $\frac{1}{4}$ Zoll zu verstehen ist. Es betrifft dies die Höhe des ruhigen Brennens vor dem Tönen, da sich mit Letzterem die Flamme gewöhnlich sehr in die Länge zieht.

Bei Anwendung von Leuchtgas.

Das Brennröhr No. 1 spricht nur mit No. IV leicht und sicher an, bei großer sowohl als kleiner Flamme. Flammengestalt langgestreckt.

No. 2 singt in Combination mit No. I und II nur bei kleiner, mit III bei sehr kleiner Flamme, mit No. IV bei mittlerer sowohl als kleiner Flamme. Flammengestalt gestreckt und oben abgerundet.

No. 3 und 4 singt nur mit Harmonicaröhr IV und zwar bei kleiner Flamme. Die Gestalt derselben ist wie vorher, jedoch ist die Spitze des Brenners von einem deutlich sichtbaren blauen Glimmlicht umgeben, welches sich in Form einer Cascade einige Millimeter abwärts erstreckt.

Bei Anwendung von Wasserstoffgas.

Brenner No. I spricht nur mit No. IV bei großer Flamme. No. 2 singt mit No. I, II, III bei mittelgroßer Flamme, mit No. IV auch bei großer Flamme, wobei sich das cascadenförmige Abwärtsbrennen sehr stark zeigt.

No. 3 singt mit allen vier Harmonicaröhren sehr leicht.

No. II,
Schrö
in das
zeigt be
bei gest
izontale
Aufträte

No.
gut bei
schichter

Dies
Betracht
der Beob
zunächst
bloßen
rend de
nica wu
handlung
10 Zoll
festigt.
nung.

Vibrosk
des Rää
Schwing
cunden
sich zum
wurde
men die
die mer
das Fern

Um
zubeuge
am bes
Male fe
schwing
Größe,
Peggen

No. II, III, IV zeigen dabei sehr schön das von Professor Schrötter zuerst beobachtete Zurückschlagen der Flamme in das Innere des Brennrohrs bis auf 6 Mllm. Tiefe. No. IV zeigt bei großer Flamme sehr starke Cascadenbildung und bei gesteigertem Gasdruck die bekannte, oscillirende, horizontale Schichtung in der Flamme, welche stets von dem Auftreten unharmonischer Obertöne begleitet ist.

No. 4 zeigt das Zurückbrennen ins Rohr ebenfalls sehr gut bei I, II, III und IV, desgleichen die letzterwähnte schichtenförmige Lagerung.

Diese Erscheinungen beziehen sich natürlich auf die Betrachtung mit bloßem Auge. Was nun die Ausführung der Beobachtungen betrifft, so erstreckten sich dieselben zunächst auf die periodische Formveränderung der dem bloßen Auge deutlich sichtbaren Zonen der Flamme während der Dauer einer Schwingung. Die chemische Harmonica wurde ganz so, wie es in der vorausgeschickten Abhandlung beschrieben ist, in der Entfernung von etwa 10 Zoll vor dem Vibroskop auf einem soliden Gestell befestigt. Fig. 1 Taf. V jener Abhandlung zeigt die Anordnung. Mit den Lochzahlen 12 und 18 auf der rotirenden Vibroskopscheibe gelang es am besten, die Geschwindigkeit des Räderwerkes so zu reguliren, daß die scheinbaren Schwingungen der Flamme eine Dauer von 2 bis $3\frac{1}{2}$ Sekunden beibehielten. Die folgende Beschreibung bezieht sich zum Theil auf Beobachtungen mit dem Fernrohr. Dieses wurde namentlich benutzt, um bei den sehr kleinen Flammen die einzelnen Zonen noch zu unterscheiden. Allein die meisten Versuche bedürfen der Unterstützung durch das Fernrohr gar nicht.

Um Mißverständnissen bei der späteren Erörterung vorzubeugen, will ich an einer Buchstabenbezeichnung für die am besten unterscheidbaren Flammenzonen ein für alle Male festhalten. Fig. 6 Taf. V bedeutet das Bild der *nicht schwingenden* Leuchtgas-Flamme von etwa $\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{2}$ Zoll Größe, an welchem das freie Auge am leichtesten die fol-

genden Theile unterscheidet. (Die Figur ist etwas vergrößert):

Vla ist die leuchtende Spitze der inneren Flamme, welche in Form einer Kappe sehr deutlich von allen übrigen Theilen der Flamme ausgezeichnet ist. Dieselbe geht nach unten in die blaue Zone *bb* über, welche in der Zeichnung durch schraffirten Durchschnitt angedeutet ist. Bei sehr kleinen Leuchtgasflammen verschwindet die vorige leuchtende Zone, indem auch der obere Theil nur in blauem Lichte strahlt. Der innere, von den Theilen *a* und *b* umschlossene Raum *d* ist wahrscheinlich ganz dunkel, enthält sogar, wie die Betrachtung durch den Schlierenapparat nachweist, hauptsächlich unzersetztes Leuchtgas von verhältnismäßig niedriger Temperatur. Dieser Raum erscheint nur deshalb matt bläulich, weil das Auge durch die Zone *b* wie durch einen Schleier hindurch blickt. Endlich ist die ganze Flamme an ihrem äußeren Saume von einer Zone *c* umgeben, welche mit schwachem, röthlichgelbem Lichte schimmert. Bei kleinen Flammen ist dieser Theil viel deutlicher sichtbar, als bei großen. Außerdem nimmt seine Dicke nach oben beträchtlich zu. In der Figur ist er durch eine punktirte Linie angedeutet. In allen nun folgenden Bildern der Leuchtgasflamme sind die oben unterschiedenen Zonen stets durch dieselben Buchstaben und Linien gekennzeichnet.

Bei der Wasserstoffgasflamme sind wegen der Einfachheit des chemischen Processes keine so deutlich hervortretenden Zonenunterschiede zu bemerken. Das bloße Auge bemerkt außer der allgemeinen, matten Helligkeit bei der ruhigen Flamme nur am untern Theil einen äußerst schwachen blauen Saum, welcher jedoch bei den von mir benutzten Glasbrennern sehr bald verschwand, indem der Natrongehalt der glühenden Mündung die ganze Flamme bald lebhaft färbte. Daher war namentlich bei den kleinen Flammen während des Singens nur ein gleichförmiges Gelb zu erkennen.

Wenn nun die Flamme in Tönen geräth, so wird ihre

Gestal
Allgem
spitze
tönend
Vibros
mannig
Reihe
Fälle
beweis
ist je
einand
die b
ersehen
theilun
lung
Abschä
lehrt
das A
weiter
von ei
wiegt.
Flamm
gungsp
Dienst
stattet
die ge
schied

1.
binirt,
Augen
Ausflu
hinein
lösung
größere
1) Sie

Gestalt mit dem freien Auge betrachtet, bekanntlich im Allgemeinen viel schlanker, während die gläserne Brennerspitze entschieden lebhafter erglüht, als es bei der nicht tönenden Flamme der Fall ist. Die Beobachtungen durchs Vibroskop ergeben in Bezug auf die einzelnen Zonen die mannigfachsten Formveränderungen. Aus einer ganzen Reihe von Beobachtungen hebe ich nur die wichtigsten Fälle hervor, da sie mir für die Endresultate hinreichend beweiskräftig erscheinen. In den erläuternden Zeichnungen ist je eine vollständige Schwingung meistens durch sechs auf einander folgende Phasenbilder wieder gegeben, aus denen die betreffenden Veränderungen der Flamme deutlich zu ersehen sind. Ich bemerke ausdrücklich, daß diese Eintheilung in sofern eine willkürliche ist, als die Beurtheilung der Zeitintervalle (von je $\frac{1}{2}$ jeder Schwingung) der Abschätzung vorbehalten bleiben mußte. Einen Umstand lehrt dabei die roheste Betrachtung sofort, nämlich daß das Anwachsen der Flamme bis zur größten Höhe bei weitem die Zeitdauer der rückgängigen Bewegung, wenn von einer solchen überhaupt die Rede seyn kann, überwiegt. Bei der Abschätzung über die Ab- und Zunahme der Flammenhöhe in den sechs Unterabtheilungen einer Schwingungsperiode leistete mir außerdem noch die wesentlichsten Dienste eine Eigenthümlichkeit des Vibroskops, welche gestattet, von dem tönenden Körper Doppelbilder zu erzeugen, die gerade um eine halbe Schwingung von einander verschieden sind¹⁾.

Leuchtgasflamme.

1. Der Brenner No. 2 mit dem Rohre I oder II combinirt, zeigt beim Tönen mit kleiner Flamme dem bloßen Auge das langgestreckte Bild A Fig. 7 Taf. V, wenn die Ausflußöffnung nur 55 Millim. tief in das Harmonicarohr hinein ragt. Die Bilder B, C, D, E, F, G zeigen die Auflösung durch das Vibroskop in etwa auf das 2½-fach vergrößertem Maasstabe. Die natürliche größte Flammenhöhe

1) Siehe meine vorhergehende Abhandlung.

beträgt etwa 14 Millim. Zu Anfang jeder Schwingung bricht aus der glühenden Rohrspitze *r* nur ein blauer, nach oben durchaus nicht scharf abgeschlossener Theil hervor, welcher das Ansehen eines lichtblauen, oben offenen Cylindermantels hat. In der zweiten Phase *C* hat sich dieser blaue Theil oben begränzt und umschließt schon in der Spitze die Anfänge des leuchtenden Theiles *a*; gleichzeitig bemerkt man schon Spuren der äußeren Zone *c*. Bei *D* ist der leuchtende Theil *a* schon deutlich entwickelt, der blaue Theil ist von der Ausflusmündung losgerissen. In der Phase *E* ist die blaue Zone *b* ganz verschwunden, die helle Spitze *a* hat das Maximum der GröÙe erreicht, desgleichen die Hülle *C*, deren untere Verlängerung sich einschnürt und die Ausflussspitze noch berührt. Hierauf verschwindet *a* und es bleibt nur die Zone *c*, welche als matt gelbrothes, birnförmiges Wölkchen in einiger Entfernung über den Brenner schwebt. Dieser letztere zeigt noch den unteren Rest der Zone *c*. Die sechste Phase *G* zeigt, wie das ganze obere Flammenbild verschwunden ist und nur auf der Ausflusöffnung ein kaum sichtbares Licht lagert, aus welchem sich in der folgenden Schwingung dieselbe Reihenfolge von Erscheinungen entwickelt.

2. Derselbe Brenner No. 2 mit Rohr No. IV. Die Ausflusöffnung war 95 Millim. weit in das Rohr eingeschoben, wobei das Maximum der Tonintensität eintrat. Die kleine Flamme zog sich dabei bis auf 17 Millim. in die Länge und lieferte das Totalbild *A* Fig. 8 Taf. V. Die Bilder der sechs Phasen *B* bis *G* stimmen fast genau mit dem vorigen Fall überein. Nur in den letzten drei Phasen fehlt der untere Rest der Flamme, so daß man zu Ende der Schwingung bei *G* thatsächlich nur die glühende Brennerspitze sieht. Dieses Factum wurde von mehreren Beobachtern, welchen ich den Versuch zeigte, mit derselben Bestimmtheit erkannt. Ich bemerke, daß dies der einzige Fall ist, in welchem ein totales Verschwinden des Flammenbildes zweifellos beobachtet wurde. Es ist jedoch, wie aus den folgenden Versuchen hervorgeht, wahrscheinlich,

daß s
der gl
mit i
bar w

3.
A Fig
Vibro
trug n
ohne
der ti
Ausflu
Flamm
Münd
merke
bleibt
bindu

4.
chend
Theile
der T
lingt
sicht
rung
wachs
ist wi

Di
Phasen
Folgen
5.
Flamm
ohne
gleich
daß a
weise
die le

dafs sich der untere Flammenrest genau bis in die Ebene der glühenden Ausflufsspitze zurückgezogen hatte, und somit in diesem Ausnahmefalle von der Seite her nicht sichtbar war.

3. Brenner No. 4 mit Rohr IV und kleiner Flamme. A Fig. 9 Taf. V zeigt das Bild während des Tönens, ohne Vibroskop betrachtet. Die grösste Höhe der Flamme betrug nur 9 Millim. Die sechs Phasenbilder B bis G zeigen ohne Erläuterung, dafs sich die blaue Cascade, welche bei der tiefsten Stellung der Flamme weit über den Rand des Ausflufsrohres greift, bei der maximalen Entwicklung der Flamme ganz hinauf gezogen hat. Ein Abreißen von der Mündung ist nur bei der blauen Zone (Phase E) zu bemerken. Selbst bis zum Augenblick des Verschwindens bleibt der Flammentheil c mit dem unteren Reste in Verbindung.

4. Wird der Gasdruck bei vorigem Versuch hinreichend gesteigert, so breitet sich die Flamme am oberen Theile lateral aus und bildet eine unruhige Scheibe, wobei der Ton bekanntlich unrein wird. Derselbe Versuch gelingt mit Brenner No. 3. A Fig. 10 Taf. V zeigt die Ansicht mit blofsem Auge. Die Phasen sind ohne Erläuterung verständlich, man sieht, wie die Flamme beim Anwachsen an zwei Stellen zerreift. Die Cascadenbildung ist wie oben beschaffen.

Wasserstoffgasflammen.

Die Erscheinungen sind im Allgemeinen einfacher. Die Phasenveränderungen während einer Schwingung sind in Folgendem durch je fünf Figuren gegeben.

5. Brenner No. 2 mit Rohr I, II oder IV, mittlere Flamme. Fig. 11 A zeigt die Form während des Singens ohne Vibroskop betrachtet. Die Helligkeit ist scheinbar gleichförmig. Die vibroskopische Auflösung B bis F zeigt, dafs auch hier eine vollständige Lostrennung (E) des stoffweise hervortretenden Gases erfolgt. b bedeutet überall die leuchtende Schicht, a den deutlich erkennbaren, dunk-

leren Raum, welcher nur bei *F* fehlt. Die scheinbar gleichmäßige Helligkeit der Figur *A* ist also nur eine optische Täuschung, weil das bloße Auge hier die Summe der Einströme *B* bis *F* empfängt.

6. Brenner 3 mit Rohr IV. Sehr große Flammen (2 Zoll) und auffällig starke Cascadenbildung. Die Ausflußöffnung ist 117 Millim. weit ins Harmonicarohr hineingeschoben. In Fig. 12 Taf. V zeigen die fünf Phasenbilder *B* bis *F*, daß der untere Rand der Flamme in der tiefsten Stellung sich einige Millimeter unter der Brennermündung befindet, um von da ab bis zur Stellung *E* emporzusteigen. *a* bedeutet wieder den dunkleren, centralen Theil, *b* die mattgelbe Hülle. Man erkennt wiederum, daß eine, wenn auch nur theilweise Trennung der Flamme das Tönen begleitet.

7. Derselbe Brenner mit nur $\frac{3}{4}$ Zoll hoher Flamme. Die Brennerspitze ragt nur 65 Millim. ins Rohr. Dieser Fall ist gekennzeichnet durch starkes Zurückschlagen der Flamme in das Innere des Ausflußrohres mit matt violettweißem Licht. A Fig. 13 ist das Aussehen mit bloßem Auge. Die vibroskopischen Bilder *B* bis *F* zeigen im Allgemeinen dasselbe Verhalten, wie unter No. 5. Man sieht jedoch, wie die scheinbare Flammengestalt im Ausflußrohr bei *A* eine in Bewegung begriffene, scheibenförmige Zone ist, welche bei *F* die tiefste Lage erreicht. Bei *D* hängt dieselbe noch mit dem Rest der abreisenden, oberen Flamme zusammen.

8. Brenner No. 4 mit Rohr III und IV giebt dem bloßen Auge bei gesteigertem Gasdruck an der für das Tönen günstigsten Stelle des Harmonicarohres das Bild Fig. 14. Die oscillirende, horizontale Schichtung zeigt sich im Vibroskop, wie zu erwarten, als die Folge eines vollständigen Zerreißens in mehrere Theile. Jedoch ist die Wiederkehr der Erscheinungen durchaus unregelmäßig.

Aus den Veränderungen, welche die einzelnen leuchtenden Zonen der Flammen nach den oben mitgetheilten

Versuch
läßt sich
a) tönend
Aufleucht
allen V
Fälle e
der Ca
nerroh
mündu
Der E
das to
dasselb
ein Lo
und g
erledig
blieb
lichen
nunge
Beobac
Ansch
dem I
Rohr
lichter
zu er
werfen
auch
Abwä
des B
herab
b)
eigen
In all
nung
achte
der
theilu

Versuchen während der Dauer einer Schwingung erfahren, läßt sich also Folgendes ersehen:

a) Es ist höchst unwahrscheinlich, daß bei irgend einer tönenden Flamme zwischen den Augenblicken des stärksten Aufleuchtens ein vollkommenes Erlöschen stattfindet. Unter allen Versuchen trat dies scheinbar nur in einem einzigen Falle ein, der aber gewissermaßen als Gränzfall zwischen der Cascadenbildung und dem Zurückschlagen in das Brennerrohr zu betrachten ist. Der glühende Rand der Rohrmündung liefs in diesem Falle das Resultat unentschieden. Der Einwurf, es sey vielleicht bei den übrigen Versuchen das totale Erlöschen von so kurzer Dauer gewesen, daß dasselbe innerhalb der Zeitdauer begriffen ist, in welcher ein Loch der Vibroskopscheibe vor dem Auge hingeleitet, und gelange das Erlöschen deshalb nicht zur Erkennung, erledigt sich durch folgendes Factum. Bei Versuch No. 2 blieb das Resultat ganz ungeändert, als anstatt der gewöhnlichen Lochscheiben solche mit fast doppelt so großen Oeffnungen zu Anwendung kamen. Hierbei hätte sich obiger Beobachtungsfehler ebenfalls geltend machen müssen. Die Anschauung, als ob kleine Gasportionen stoßweise aus dem Brennerrohr hervortreten und sich an der glühenden Rohrmündung entzünden, um dann durch die so ermöglichten, rasch aufeinander folgenden Explosionen den Ton zu erzeugen, ist also wenigstens im Allgemeinen zu verwerfen. Es bleibt hingegen wahrscheinlich stets ein, wenn auch noch so kleiner Rest der Flamme übrig, welcher beim Abwärtsschwingen der Lufttheilchen entweder im Inneren des Brennerrohres verweilt oder außerhalb über den Rand herabschlägt.

b) Die Tonbildung ist aber ebenso wenig begleitet von einem einfachen Größer- und Kleinerwerden der Flamme. In allen Fällen ist die gänzliche oder theilweise Lostrennung der Flamme von dem austretenden Gasstrome beobachtet worden. Tritt ein einfaches Abreißen ein, so ist der Ton rein, zerreißt jedoch die Flamme in mehrere Abtheilungen, so pflegen unharmonische Obertöne aufzutreten.

c) Die Veränderungen der mit bloßem Auge unterscheidbaren Flammenzonen sind je nach der Größe der Flamme, der Stellung im Harmonicarohr und dem Gasdruck sehr verschieden, erklären sich jedoch alle ganz gut aus der raschen Verbrennung des abgerissenen Theiles der aus dem Brenner hervortretenden Gassäule.

Die dem bloßen Auge unsichtbaren Zonen der Flamme, welche durch den Schlierenapparat jedoch mit großer Leichtigkeit erkannt werden, liefern zu der obigen Anschauung im Allgemeinen eine vollkommene Bestätigung.

Was die Benutzung des Schlierenapparates zu dem vorliegenden Zwecke betrifft, so muß ich zunächst Folgendes bemerken: Die Methode der Schlierenbeobachtung¹⁾ läßt

- 1) In meiner Abhandlung »Beobachtungen nach einer neuen optischen Methode« (Bonn, 1864) findet sich das Nähere Seite 23 bis 26. Bei dieser Gelegenheit kann ich nicht unerwähnt lassen, daß Hr. Prof. Kirchhoff in Heidelberg mich auf eine Abhandlung von L. Foucault: *Mémoire sur la construction des télescopes en verre argenté.* (Annales de l'Observatoire imp. de Paris, Tome V) aufmerksam machte, in welcher bereits in dem Abschnitte »examen des surfaces optiques« (Seite 203) ein meiner Schlierenbeobachtung ganz analoges Princip, jedoch ohne Zuhülfenahme des Fernrohrs, zur Prüfung von sphärischen Spiegeln empfohlen wird. Foucault sagt darin Seite 205: »Faisant abstraction de la surface pour ne considérer que le faisceau réfléchi, — les particularités qui ont été signalées comme des attributs d'une surface sphérique, deviennent à juste titre les propriétés réelles d'un faisceau lumineux exactement conique. Or, comme dans les instruments d'optique la netteté des images dépend expressément de la convergence finale des rayons lumineux, ces instruments, quels qu'ils soient, tombent sous le contrôle des mêmes moyens d'épreuve.« Es kann somit nicht bezweifelt werden, daß Foucault die allgemeine Brauchbarkeit des Principis zur Prüfung optischer Collectivsysteme bereits erkannt hatte. Allein an eine Uebertragung der Methode auf wissenschaftliche Untersuchungen allgemeinerer Art scheint Foucault nicht gedacht zu haben, da hierüber durchaus nichts erwähnt wird. Ausserdem dürften sich meine »Beobachtungen« wohl schwerlich mit einer katoptrischen Vorrichtung wiederholen lassen, selbst wenn man von der Benutzung des Fernrohrs und der damit verknüpften Vortheile ganz absieht, da bei Anwendung von Hohlspiegeln der Strahlenkegel das Beobachtungsobject zweimal durchlaufen müßte. Im Uebrigen constatirt schon Foucault in Uebereinstimmung mit meinen

bekann
markirt
bloßem
übertri
Gasflan
men ei
lich sch
Mantel
men be
gen be
rate ist
steht d
welche
Oeffnu
des Sch
einigt.
Spalte
nung
die ch
vierka
tretend
durch
hindur
jectiv
bei f
Bild d
sichtig
die un
könne
die V
nehme
die vo
monic

Beo
er
des
tif

bekanntlich bei sämmtlichen Flammen einen äusseren, stark markirten Mantel erkennen, dessen Durchmesser die mit bloßem Auge sichtbare Flamme um das 2- bis $2\frac{1}{2}$ fache übertrifft. Ausserdem unterscheidet man bei brennenden Gasflammen eben so leicht im dunklen Centrum der Flammen einen dem bloßen Auge unsichtbaren Kegel von ziemlich scharfer Begrenzung. Namentlich von dem äusseren Mantel hoffte ich wegen seiner selbst bei kleinen Flammen beträchtlichen Ausdehnung deutliche Formveränderungen beim Tönen zu erhalten. Die Aufstellung der Apparate ist aus Fig. 15 ersichtlich. Die hellbrennende Lampe *a* steht dicht hinter dem auf einem Stativ befindlichen Tubus *JL*, welcher einerseits das Linsensystem *L*, andererseits die feine Oeffnung bei *J* trägt. Es ist somit Kopf und Illuminator des Schlierenapparates in einem fernrohrartigen Tubus vereinigt. Die Oeffnung bei *J* hatte die Form einer weiten Spalte, deren Längsrichtung in der Papierebene der Zeichnung gedacht werden muß. Dicht vor den Linsen *L* ist die chemische Harmonica *H* mit den oben beschriebenen vierkantigen Rohren so aufgestellt, daß der aus *L* hervortretende Strahlenkegel durch die parallelen Rohrwände und durch die Flamme nebst den benachbarten Luftschichten hindurch geht. Auf dem nur 8 bis 10 Fufs entfernten Objectiv des Fernrohres *F*, das man auf die Brennerspitze bei *f* möglichst scharf einzustellen hat, entsteht das helle Bild der Spalte *J*. Dieses Bild wird durch einen undurchsichtigen Schieber *s* so abgeblendet, daß hauptsächlich nur die unregelmäßig gebrochenen Strahlen ins Auge gelangen können. Bei der Flammenbeobachtung ist es vortheilhaft, die Vorrückung des Schiebers in einer Richtung vorzunehmen, welche zur Papierebene senkrecht steht, so daß die vordere Schieberkante *s* stets parallel zur Axe des Harmonicarohrs steht. In Bezug auf die Einzelheiten in der

Beobachtungen die kaum glaubliche Empfindlichkeit der Methode, indem er Seite 208 sagt: » — — *ce qui semble indiquer, que ce genre d'examen réalise, à l'égard des surfaces optiques, une sorte de réactif sensible à l'excès.*

Handhabung des Apparats verweise ich auf die oben citirten »Beobachtungen.« An der Stelle nun, wo sich die Strahlen hinter dem Ocular des analysirenden Fernrohrs kreuzen, um ein zweites, verkleinertes Bild der Spalte zu erzeugen, wird die Lochscheibe *B* des Vibroskops aufgestellt und wie früher mit der singenden Flamme abgestimmt. Das Auge *O* beobachtet ohne weiteres dicht hinter der Lochreihe. Man sieht nun die oben angedeuteten beiden Erscheinungen mit den successiven Veränderungen während einer Schwingung. Bei der großen Helligkeit des Gesichtsfeldes bemerkt man kaum die dem bloßen Auge sichtbaren Flammenzonen.

Zunächst fiel mir nun auf, daß sobald die Flamme überhaupt ins Rohr kommt, der äußere Mantel viel schlanker wird, als er sich außerhalb des Rohres zu entwickeln pflegt, offenbar wegen des verstärkten Luftzuges. Selbst beim heftigen Tönen zeigt er durchaus nicht so starke Veränderungen in der Breite, als man vermuthen sollte. Es wird daher genügen, ein einziges Bild und zwar von der Wasserstoff-Flamme zu geben. In Fig. 16 bedeuten die Linien *qq* die Wände des Harmonicarohres, *m* ist der äußere Mantel der Flamme, welcher, wie man sieht, ohne erhebliche Formveränderung am Brennerrohr auf- und absteigt. *n* ist der innere, im Schlierenapparat scharf gezeichnete Kegel, welcher in Form einer Zunge oder Nadel aus der Oeffnung hervortritt, um rasch zu verschwinden. Die punktirten Linien bedeuten die muthmaassliche Form der gleichzeitigen Phasen für die mit bloßem Auge allein sichtbaren (leuchtenden) Flammenzonen. Dieselben sind aus Fig. 11 entlehnt, da hierbei dieselben Rohre und dieselbe Flammenhöhe benutzt wurden. Die centrale Spitze *s* dürfte wohl aus noch ganz unverändertem Wasserstoffgas bestehen, welches vielleicht noch bei Weitem nicht auf die Verbrennungstemperatur erhitzt ist. Da der äußere Mantel *m* fast genau das ganze Klangrohr ausfüllt, so dürften die Gränzstellungen seines unteren Randes vielleicht als

Mantel
der b
D
Nur
Theile
dem K
erreich
eine s
appar
Man
artige
sieht
Bewe
Phase
Linie
wird
der F
»Beo
wöhn
durch
geprü

Die
rer S
Poie
eing
E
drisel

Maß für die Schwingungsamplitude der Lufttheilchen an der betreffenden Stelle des Klangrohrs angesehen werden.

Die übrigen Fälle bieten nichts wesentlich Verschiedenes. Nur der eine Fall, in welchem die Flamme in mehrere Theile zerreißt, und welcher bei starkem Gasdruck mit dem Klangrohr III und Brenner 4 wenn auch schwierig zu erreichen war, verdient eine Erwähnung. Fig. 17 zeigt eine solche Flamme in der günstigsten Phase im Schlierenapparat, wobei die Buchstaben die vorige Bedeutung haben. Man sieht, daß auch der zungenförmige Theil in tropfenartige Theile zerreißt, welche jedoch nicht immer deutlich sichtbar sind, weil die ganze Figur in lebhafter, flatternder Bewegung ist. Aus demselben Grunde konnten nicht alle Phasenabstufungen aufgezeichnet werden. Die punktirte Linie ist die mit bloßem Auge sichtbare Flamme. Man wird unschwer eine Analogie zwischen dieser Flamme und der Erscheinung bemerken, welche ich bereits in meinen »Beobachtungen« Seite 24 beschrieben habe, wo eine gewöhnliche, langsam flackernde Flamme bei Beleuchtung durch den elektrischen Funken mit dem Schlierenapparate geprüft wurde.

VIII. *Theorie der Querschwingungen schwerer Stäbe; von Karl Zöppritz,*

Privatdocent an d. Universität zu Tübingen.

I.

Die Differentialgleichung für die Querschwingungen schwerer Stäbe ergibt sich am schnellsten auf dem Wege, den Poisson in seinem *Traité de mécanique I*, No. 306 §. eingeschlagen hat.

Es wird der Fall betrachtet, wo ein sehr dünner cylindrischer (oder prismatischer) Stab von beliebigem Quer-

schnitt an einem Ende fest ist, so daß der erste Querschnitt keinerlei Bewegung eingehen kann, während im Schwerpunkt der anderen Endfläche eine beliebige Kraft angebracht ist. Ferner soll die Biegung, also auch die Bewegung nur in einer Ebene vor sich gehen, der Art, daß die Punkte des Stabes, welche im natürlichen Zustande auf parallelen geraden Längsfasern lagen, nach der Biegung sich auf parallelen Ebenen befinden.

Die Hypothese, auf welche sich die Theorie stützt, ist die, daß alle Punkte, die vor der Biegung auf einem zur Stabaxe senkrechten ebenen Querschnitte lagen, auch nach der Biegung auf einem solchen liegen; mit anderen Worten, daß jeder ebene Querschnitt bei der Biegung eben und normal zu den Längsfasern bleibt. Hieraus folgt, daß, wenn man zwei benachbarte Querschnitte zieht, diese sich im Krümmungsmittelpunkte schneiden, welcher Letztere allen Längsfasern gemeinsam ist. Die Verbindungslinie MM' der Schwerpunkte aller Querschnitte, werde die Mittellinie genannt und ihr Krümmungshalbmesser $C\sigma$ mit ρ bezeichnet.



Der Abstand einer anderen Längsfaser σ' , welche mit σ in derselben der Biegungsebene parallelen Ebene liegt, von σ sey $=u$. Dann verhalten sich die kleinen Bogenlängen:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{\rho + u}{\rho}.$$

Im natürlichen Zustande war $\sigma' = \sigma$. Hat sich also die Längeneinheit in σ um δ , in σ' um δ'

vergrößert, so ist:

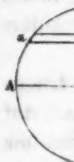
$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{1 + \delta'}{1 + \delta}$$

folglich mit Vernachlässigung von Größen zweiter Ordnung:

$$\delta' = \delta + \frac{u}{\rho}.$$

Nach der Grundvorstellung über die Wirkungsweise

der elastischen
eines se
der Ver
die Ein
M der L



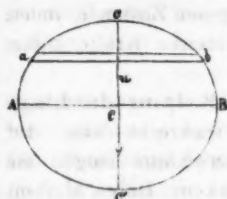
Quersch
Pfeils st
sen Qu
lich das
die Län
Kraft e
Kraft u
vorgebr
 $Cc' = -$
el den

und das

Setzt m
sichtigt,

der Qu

der elastischen Kräfte ist die bei der Längenausdehnung eines sehr dünnen Fadens entwickelte Kraft proportional der Verlängerung, also die in σ' entwickelte, bezogen auf die Einheit des Querschnitts der Faser, $= \delta' \cdot M$, wo nun M der Elasticitätsmodul des Mediums ist. Diese Kraft ist



gleich für alle Elemente σ' , welche in gleichen Abständen von derjenigen cylindrischen Fläche liegen, die durch Fortbewegung einer zur Biegungsebene senkrechten Geraden AB längs der Mittellinie entsteht. Also, wenn die beistehende Curve einen

Querschnitt darstellt und die Biegung in der Richtung des Pfeils stattfindet, haben alle in der dünnen Schicht ab diesen Querschnitt durchsetzenden Fasern dasselbe u , folglich dasselbe $M\delta'$. Innerhalb des ganzen Streifens ab , der die Länge v und die Breite du haben mag, wird also eine Kraft entwickelt $= M\delta'vdu$. Das Drehungsmoment dieser Kraft um die Axe AB , wodurch gerade die Biegung hervorgebracht wird, ist also $= M\delta'vud u$. Setzt man $Cc=k$, $Cc'=-k$, so ist die gesammte in dem Querschnitt parallel den Längsfasern entwickelte Kraft:

$$T = M \int_{-k}^k \delta' v du$$

und das ganze Drehungsmoment um AB :

$$\mu = M \int_{-k}^k \delta' v u du.$$

Setzt man für δ' den oben gefundenen Werth und berücksichtigt, dafs:

$$\int_{-k}^k v du = q$$

der Querschnitt und, weil C der Schwerpunkt:

$$\int_{-k}^k v u du = 0$$

ist, so wird:

$$T = M \delta q \quad \mu = \frac{M}{q} \int_0^l cu^2 du = \frac{K}{q}.$$

Von der Längenausdehnung, welche durch die erste Gleichung bestimmt wird, abstrahirend, bildet man die Gleichung für das Gleichgewicht im gebogenen Zustande, indem man zu μ noch das Moment der äußeren Kräfte zufügt und die Summe $= 0$ setzt.

In der Biegungsebene sey x die Richtung der Längsfasern im ungebogenen Zustande, y senkrecht dazu. Auf den Schwerpunkt a, b des Endquerschnitts mögen die Kräfte P, Q parallel mit x und y wirken. Deren Moment in Beziehung auf einen Punkt x, y ist:

$$P(b-y) - Q(a-x).$$

Es sollen ferner auf die Masseneinheit des Stabes die äußeren Kräfte X, Y wirken. Ist ε die Dichte des Stabes so ist $\varepsilon q ds$ die Masse eines Längenelementes, dessen Coordinaten ξ, η seyn mögen, also dessen Drehungsmoment auf x, y :

$$= \varepsilon q ds [X(\eta-y) - Y(\xi-x)].$$

Demnach das Moment des ganzen Stückes vom Punkt xy bis zum Ende, wo $s = l$:

$$= \varepsilon q \int_0^l [X(\eta-y) - Y(\xi-x)] ds.$$

Also ist die Gleichgewichtsgleichung:

$$\frac{K}{q} + P(b-y) - Q(a-x) + \varepsilon q \int_0^l [X(\eta-y) - Y(\xi-x)] ds = 0.$$

Führt man die Voraussetzung ein, daß die Exkursionen aus der Gleichgewichtslage nur sehr klein sind, also $dx = ds$ gesetzt werden kann, dann wird auch $\frac{1}{q} = \frac{d^2 y}{dx^2}$ und man hat:

$$K \frac{d^2 y}{dx^2} + P(b-y) - Q(l-x) +$$

$$+ \varepsilon q \int_0^l [X\eta - y] - Y(\xi - x) d\xi = 0.$$

Diese Gleichung gilt, da P und Q beliebig sind, z. B. auch

für den Fall, wo am Ende des Stabes ein Gewicht befestigt ist.

Um endlich auf das Problem zu kommen, welches ich zu behandeln habe, sind $P = Q = 0$ zu setzen. Ich bezeichne ferner:

$$\frac{M \int_0^l u^2 du}{\epsilon q} = \frac{K}{\epsilon q} = b^2$$

und erhalte so:

$$b^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + \int_0^l [X(\eta - y) - Y(\xi - x)] d\xi = 0 \quad (1)$$

welche Gleichung nebst den Bedingungen der Unbeweglichkeit des ersten Querschnitts, wo $x = 0$:

$$y = 0, \quad \frac{dy}{dx} = 0 \quad (2)$$

die Gestalt des gebogenen Stabes vollständig bestimmt. Die Differentialgleichung (1) zeigt, daß am Ende $x = l$:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (3)$$

wird. Eine einmalige Differentiation von (1) ergibt:

$$b^2 \frac{d^3 y}{dx^3} - \frac{dy}{dx} \int_0^l X d\xi + \int_0^l Y d\xi = 0,$$

welche Gleichung zeigt, daß am Ende $x = l$ auch:

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = 0 \quad (3_1)$$

seyn muß. Eine zweite Differentiation ergibt:

$$b^2 \frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{d^2 y}{dx^2} \int_0^l X d\xi + X \frac{dy}{dx} - Y = 0.$$

In diese Gleichung führe ich nun die Voraussetzung ein, daß von äußeren Kräften nur die Schwere wirkt, und zwar parallel der X -Axe; ferner gehe ich zum Falle der transversalen Bewegung über. Dann ist, je nachdem die

Schwere in der positiven oder der negativen Richtung der X-Axe wirkt, zu setzen:

$$X = \pm g \quad Y = -\frac{d^2 y}{dt^2}$$

und es wird also:

$$b^3 \frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{d^2 y}{dt^2} \mp g \frac{d^2 y}{dx^2} (l-x) \pm g \frac{dy}{dx} = 0$$

oder:

$$b^3 \frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{d^2 y}{dt^2} \mp g \frac{d}{dx} \left[(l-x) \frac{dy}{dx} \right] = 0 \quad (4).$$

Dies ist die Differentialgleichung des speciellen Problems eines schweren Stabes, welche mit Rücksicht auf die vier Endbedingungen (2) und (3) integrirt werden muß.

Was das in b^3 vorkommende Integral betrifft, so giebt es sehr einfache Werthe bei einfachen Formen des Querschnitts. Ist z. B. der Querschnitt ein Rechteck von der Breite a und der Höhe h , so wird:

$$k = k' = \frac{h}{2} \quad v = a$$

also:

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} a u^2 du = \frac{a h^3}{12}; \quad q = a h$$

demnach:

$$b^3 = M \frac{a h^3}{12 \epsilon q} = M \cdot \frac{h^3}{12 \epsilon} \quad (5)$$

Für einen kreisförmigen Querschnitt wird:

$$k = k' = \rho \quad v = 2 \sqrt{\rho^2 - u^2}$$

also:

$$2 \int_0^{\rho} u^2 \sqrt{\rho^2 - u^2} du = \frac{\pi \rho^4}{4}; \quad q = \rho^2 \pi$$

demnach:

$$b^3 = M \frac{\rho^4 \pi}{4 \epsilon q} = M \frac{\rho^4}{4 \epsilon} \quad (6)$$

Anmerkung. Die Differentialgleichung (4) ist ein specieller Fall derjenigen, welche ich in meiner Habilitationsschrift: „Theorie der Querschwingungen eines elastischen,

am Ende
und Sei
durch ei
geleitet
hat. Di
der citir
Gewicht

Ich s

In ob
untere 2
unteren
mit dem
jene Gle

worin:

denn es

Die

für

am freie

für

Die

dargest
der Gle
erfahru
in sehr
von her
sehr kle
auch in

von K
Ausdruc
delt un
Poggen

am Ende belasteten Stabes (in Commission bei Schubert und Seidel in Königsberg) für schwere und am Ende durch ein Gewicht belastete Stäbe nach der Methode abgeleitet habe, die Lagrange in seiner Mechanik entwickelt hat. Die Formel (4) ergiebt sich aus der Formel (25b) der citirten Abhandlung, wenn man darin das angehängte Gewicht $= 0$ setzt.

II.

Ich schreite nun zur Integration.

In obiger Differentialgleichung (4) gilt das obere oder untere Zeichen, jenachdem der Stab am oberen oder am unteren Ende festgeklemmt ist. Ich werde die Rechnung mit dem oberen Zeichen durchführen. Ich schreibe nun jene Gleichung:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{1}{l^2} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = p \frac{d}{dx} \left[\left(1 - \frac{x}{l} \right) \frac{dy}{dx} \right] \quad (7)$$

worin:

$$p = \frac{P}{K} \quad (8)$$

denn es ist $\varepsilon qgl = P$ das Gewicht des Stabes.

Die Gränzbedingungen sind am eingespannten Ende:

$$\text{für } x = 0: \quad y = 0, \quad \frac{dy}{dx} = 0$$

am freien Ende:

$$\text{für } x = l: \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad \frac{d^3 y}{dx^3} = 0$$

Die Schwingungen eines *schwerelosen* Stabes werden dargestellt durch die beiden Glieder auf der linken Seite der Gleichung (7). Die Schwingungsdauer der Stäbe wird erfahrungsmäßig durch die Eigenschwere des Stabes nur in sehr geringem Maasse beeinflusst. Diefs kann nur davon herrühren, daß das Glied auf der rechten Seite von (7) sehr klein gegen diejenigen auf der linken ist. Diefs ist auch in der That der Fall, weil $p = \frac{P}{K}$ wegen der Größe von K einen sehr kleinen Werth hat. Demgemäß soll der Ausdruck auf der rechten Seite als Störungsglied behandelt und im Verlauf der Rechnung nur die Glieder bei

behalten werden, welche mit der ersten Potenz der kleinen GröÙe p verbunden sind.

Indem man der Natur der periodischen Bewegung angemessen zunächst:

$$y = Y \cos mt + Y \sin mt \quad . \quad . \quad (9)$$

setzt, erhält man zur Bestimmung von Y , sowohl, als von Y , die Gleichungen:

$$\frac{d^4 Y}{dx^4} - \frac{m^2}{b^2} Y = p \frac{d}{dx} \left[\left(1 - \frac{x}{l} \right) \frac{dY}{dx} \right] \quad . \quad . \quad (10)$$

$$\left. \begin{array}{ll} \text{für } x=0: & Y=0 \quad \frac{dY}{dx}=0 \\ \text{für } x=l: & \frac{d^2 Y}{dx^2}=0 \quad \frac{d^3 Y}{dx^3}=0 \end{array} \right\} \quad (11)$$

Ich denke mir nun Y zusammengesetzt aus demjenigen Werthe, welchen es beim schwerelosen Stabe erhält, und aus einem mit der kleinen GröÙe p multiplicirten Terme, also:

$$Y = u + pv \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

worin u durch die Differentialgleichung bestimmt ist:

$$\frac{d^4 u}{dx^4} - \frac{m^2}{b^2} u = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Setzt man den Werth (12) in die Differentialgl. (10), so wird diese mit Berücksichtigung von (13) und mit Vernachlässigung des mit p^3 multiplicirten Gliedes:

$$\frac{d^4 v}{dx^4} - \frac{m^2}{b^2} v = \frac{d}{dx} \left[\left(1 - \frac{x}{l} \right) \frac{du}{dx} \right] \quad . \quad . \quad (14)$$

Die Bedingungen (11) verwandeln sich in folgende:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{für } x=0: & u_0 + pv_0 = 0 \quad \left(\frac{du}{dx} \right)_0 + p \left(\frac{dv}{dx} \right)_0 = 0 \\ \text{für } x=l: & \left(\frac{d^2 u}{dx^2} \right)_l + p \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)_l = 0 \quad \left(\frac{d^3 u}{dx^3} \right)_l + p \left(\frac{d^3 v}{dx^3} \right)_l = 0 \end{array} \right\} \quad (15)$$

Ein partikuläres Integral der Gleichung (13) ist $u = e^{ax}$ wenn der Kürze halber

$$\sqrt{\frac{m}{b}} = \alpha \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

gesetzt wird. Dies in (14) eingeführt, erhält man:

$$\frac{d^4 v}{dx^4} - \alpha^4 v = \frac{\alpha}{l} (\alpha l - 1 - \alpha x) e^{\alpha x} \quad . \quad (17)$$

Diese Differentialgleichung integrirt sich durch die Substitution:

$$v = (\beta x + \gamma x^2) e^{\alpha x};$$

diese ergibt nämlich:

$$\frac{dv}{dx} = [\beta + (\alpha\beta + 2\gamma)x + \alpha\gamma x^2] e^{\alpha x}$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = [2(\alpha\beta + \gamma) + \alpha(\alpha\beta + 4\gamma)x + \alpha^2\gamma x^2] e^{\alpha x}$$

$$\frac{d^3v}{dx^3} = [3\alpha(\alpha\beta + 2\gamma) + \alpha^2(\alpha\beta + 6\gamma) + \alpha^3\gamma x^2] e^{\alpha x}$$

$$\frac{d^4v}{dx^4} = [4\alpha^2(\alpha\beta + 3\gamma) + \alpha^3(\alpha\beta + 8\gamma) + \alpha^4\gamma x^2] e^{\alpha x}$$

Setzt man diese Werthe in die Differentialgleichung (17) ein, so ergibt sich mit Weglassung des gemeinschaftlichen Factors $e^{\alpha x}$:

$$4\alpha^3\beta + 12\alpha^2\gamma + 8\alpha^2\gamma x = \frac{\alpha}{l} [\alpha l - 1 - \alpha x].$$

Dieser Gleichung wird für alle Werthe von x genügt, wenn man γ und β durch die 2 Gleichungen bestimmt:

$$8\alpha^2\gamma = -\frac{\alpha^2}{l}$$

$$4\alpha^3\beta + 12\alpha^2\gamma = \frac{\alpha}{l} (\alpha l - 1)$$

woraus sich ergibt:

$$\gamma = -\frac{1}{8\alpha l} \quad \beta = \frac{1+2\alpha l}{8\alpha^2 l}.$$

Demnach also:

$$v = \left(\frac{1+2\alpha l}{8\alpha^2 l} x - \frac{1}{8\alpha l} \cdot x^2 \right) e^{\alpha x} \quad \dots (18)$$

und:

$$Y_1 = e^{\alpha x} + p \cdot \frac{(1+2\alpha l)x - \alpha x^2}{8\alpha^2 l} e^{\alpha x} \quad \dots (19)$$

Die drei anderen particulären Integrale der Gleichung (13) erhält man aus dem hier benutzten $e^{\alpha x}$, indem man an die Stelle von α setzt: $-\alpha$, $i\alpha$, $-i\alpha$ wo $i = \sqrt{-1}$. Folglich erhält man auch aus (19) die drei anderen particulären Integrale der Gleichung (10) dadurch, daß man in (19) $-\alpha$, $i\alpha$, $-i\alpha$ an die Stelle von α setzt. Nennt man Y_1, Y_2, Y_3 diese drei anderen Integrale, so wird:

$$Y = C_1 Y_1 + C_2 Y_2 + C_3 Y_3 + C_4 Y_4$$

oder:

$$Y = C_1 (u_{\alpha} + p v_{\alpha}) + C_2 (u_{-\alpha} + p v_{-\alpha}) \\ + C_3 (u_{i\alpha} + p v_{i\alpha}) + C_4 (u_{-i\alpha} + p v_{-i\alpha})$$

Die Gleichungen (15) bestehen also auch jede aus einer solchen Summe von 4 Gliedern. Zu ihrer Bildung leite ich aus (18) ab:

$$\frac{dv}{dx} = e^{\alpha x} \left[\frac{1+2\alpha l}{8\alpha^2 l} + \frac{2\alpha l-1}{8\alpha l} x - \frac{x^2}{8l} \right]$$

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = e^{\alpha x} \left[\frac{2\cdot 2\alpha l}{8\alpha l} + \frac{2\alpha l-3}{8l} x - \frac{\alpha x^2}{8l} \right]$$

$$\frac{d^3 v}{dx^3} = e^{\alpha x} \left[\frac{3(2\alpha l-1)}{8l} + \alpha \cdot \frac{2\alpha l-5}{8l} x - \frac{\alpha^2 x^2}{8l} \right]$$

Hieraus erhält man:

$$v_0 = 0; \quad \left(\frac{dv}{dx} \right)_0 = \frac{1+2\alpha l}{8\alpha^2 l};$$

$$\left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)_0 = \frac{1+\alpha l}{8} e^{\alpha l}; \quad \left(\frac{d^3 v}{dx^3} \right)_0 = \frac{\alpha^2 l^2 + \alpha l - 3}{8l} e^{\alpha l}.$$

Diese Ausdrücke beziehen sich auf das erste particuläre Integral. Es ergeben sich daraus:

für das zweite particuläre Integral mit $v_{-\alpha}$:

$$v_0 = 0; \quad \left(\frac{dv}{dx} \right)_0 = \frac{1-2\alpha l}{8\alpha^2 l}$$

$$\left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)_0 = \frac{1-\alpha l}{8} e^{-\alpha l}; \quad \left(\frac{d^3 v}{dx^3} \right)_0 = \frac{\alpha^2 l^2 - \alpha l - 3}{8l} e^{-\alpha l}$$

für das dritte mit $v_{i\alpha}$:

$$v_0 = 0; \quad \left(\frac{dv}{dx} \right)_0 = \frac{1+2i\alpha l}{-8\alpha^2 l}$$

$$\left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)_0 = \frac{1+i\alpha l}{8} e^{i\alpha l}; \quad \left(\frac{d^3 v}{dx^3} \right)_0 = \frac{-\alpha^2 l^2 + i\alpha l - 3}{8l} e^{i\alpha l}$$

für das vierte mit $v_{-i\alpha}$:

$$v_0 = 0; \quad \left(\frac{dv}{dx} \right)_0 = \frac{1-2i\alpha l}{-8\alpha^2 l}$$

$$\left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)_0 = \frac{1-i\alpha l}{8} e^{-i\alpha l}; \quad \left(\frac{d^3 v}{dx^3} \right)_0 = \frac{-\alpha^2 l^2 - i\alpha l - 3}{8l} e^{-i\alpha l}$$

Man erhält ferner aus $u_{\alpha} = e^{\alpha x}$:
für die Integrale: Y_1, Y_2, Y_3, Y_4

Man erhält ferner aus $u_\alpha = e^{\alpha x}$:
für die Integrale:

$$u_0 = 1 \quad Y_1 \quad Y_2 \quad Y_3 \quad Y_4$$

$$\left(\frac{d^0 u}{dx^0}\right) = \alpha \quad -\alpha \quad i\alpha \quad -i\alpha$$

$$\left(\frac{d^1 u}{dx^1}\right) = \alpha^2 e^{\alpha x} \quad \alpha^2 e^{-\alpha x} \quad -\alpha^2 i e^{i\alpha x} \quad -\alpha^2 e^{-i\alpha x}$$

$$\left(\frac{d^2 u}{dx^2}\right) = \alpha^3 e^{\alpha x} \quad -\alpha^3 e^{-\alpha x} \quad -\alpha^3 i e^{i\alpha x} \quad \alpha^3 e^{-i\alpha x}$$

Setzt man zur Abkürzung in allen diesen für die u und v gefundenen Werthen $\alpha l = \lambda$, so stellen sich die Gleichungen (15) nun so dar:

$$\begin{aligned} 0 &= C_1 & + C_2 & + C_3 & + C_4 \\ 0 &= C_1 \left(\alpha + p \frac{1+2\lambda}{8\alpha\lambda} \right) & + C_2 \left(-\alpha + p \frac{1-2\lambda}{8\alpha\lambda} \right) & + C_3 \left(\alpha i + p \frac{1+2i\lambda}{8\alpha\lambda} \right) & + C_4 \left(-\alpha i + p \frac{1-2i\lambda}{8\alpha\lambda} \right) \\ 0 &= C_1 \left(\alpha^2 + p \frac{1+\lambda}{8} \right) e^\lambda + C_2 \left(\alpha^2 + p \frac{1-\lambda}{8} \right) e^{-\lambda} & + C_3 \left(-\alpha^2 + p \frac{1+i\lambda}{8} \right) e^{i\lambda} & + C_4 \left(-\alpha^2 + p \frac{1-i\lambda}{8} \right) e^{-i\lambda} \\ 0 &= C_1 \left(\alpha^3 + p \frac{\lambda^2+\lambda-3}{8l} \right) e^\lambda + C_2 \left(-\alpha^3 + p \frac{\lambda^2-\lambda-3}{8l} \right) e^{-\lambda} & + C_3 \left(-\alpha^3 i + p \frac{-\lambda^2+i\lambda-3}{8l} \right) e^{i\lambda} & + C_4 \left(\alpha^3 i + p \frac{-\lambda^2-i\lambda-3}{8l} \right) e^{-i\lambda} \end{aligned}$$

Durch Elimination der vier Constanten C erhält man eine transcendente Gleichung zur Bestimmung von $m = \frac{\pi}{T}$, wenn T die Schwingungsdauer ist. Diese transcendente Gleichung ist aber die aus den Coefficienten der C in den vorstehenden Gleichungen gebildete und $= 0$ gesetzte De-

terminante. Multiplicirt man die drei letzten Gleichungen bezüglich mit $8\alpha^2$, 8 , 8λ , so wird diese Gleichung:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 8\alpha^2\lambda + p + 2p\lambda & -8\alpha^2\lambda + p - 2p\lambda & 8\alpha^2i\lambda - p + 2pi\lambda \\ (8\alpha^2 + p + p\lambda)e^{2\lambda} & (8\alpha^2 + p - p\lambda)e^{-\lambda} & (-8\alpha^2 + p + pi\lambda)e^{i\lambda} \\ (8\alpha^2\lambda + p\lambda^2 + p\lambda - 3p)e^{2\lambda} & (-8\alpha^2\lambda + p\lambda^2 - p\lambda - 3p)e^{-\lambda} & (-8\alpha^2i\lambda - p\lambda^2 - pi\lambda - 3p)e^{i\lambda} \end{vmatrix} = 0.$$

Bezeichnet man die vier Verticalreihen dieser Determinante mit I, II, III, IV, bildet nun daraus die Determinante:

$$[I + II, I - II, III + IV, III - IV]$$

und bezeichnet die dabei zu Stande kommenden Größen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{e^{\lambda} + e^{-\lambda}}{2} &= \mathfrak{C} \text{ of } \lambda & \frac{e^{\lambda} - e^{-\lambda}}{2} &= \mathfrak{S} \text{ in } \lambda \\ \frac{e^{i\lambda} + e^{-i\lambda}}{2} &= \cos \lambda & \frac{e^{i\lambda} - e^{-i\lambda}}{2i} &= \sin \lambda \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

mit den Anfangsbuchstaben \mathfrak{C} , \mathfrak{S} , c , s , so wird, indem $4i$ als gemeinschaftlicher Factor wegfällt:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ p & (8\alpha^2 + 2p)\lambda & -p \\ (8\alpha^2 + p)\mathfrak{C} + p\lambda\mathfrak{C} & (8\alpha^2 + p)\mathfrak{S} + p\lambda\mathfrak{S} & (-8\alpha^2 + p)c - p\lambda c \\ p(\lambda^2 - 3)\mathfrak{C} + (8\alpha^2 + p)\lambda\mathfrak{C} & (8\alpha^2 + p)\lambda\mathfrak{S} + p(\lambda^2 - 3)\mathfrak{S} & (-8\alpha^2 + p)\lambda c - p(\lambda^2 + 3)c \end{vmatrix} = 0.$$

Diese Determinante unterwerfe ich nun der durch folgendes Schema angedeuteten Operation:

Diese Determinante unterwerfe ich nun der durch folgendes Schema angedeuteten Operation:
 [I + III, II + IV, I - III, II - IV].

Ich setze ferner der Kürze halber:

$$\mathfrak{C} + c = m \quad \mathfrak{C} - c = n \quad \mathfrak{C} + s = \mu \quad \mathfrak{C} - s = v \quad \dots \quad (21)$$

und erhalte dann, weil die Anfangsglieder der drei letzten Verticalreihen Nullen sind, das erste Anfangsglied 2 multiplicirt mit einer Determinante vom dritten Grade, die also für sich verschwinden muß. Diefes giebt:

$$(1) = \begin{vmatrix} 8\alpha^3\lambda & p & 2p\lambda \\ 8\alpha^3v+p(\mu+\lambda m) & 8\alpha^3m+p(n+\lambda\mu) & 8\alpha^3\mu+p(v+\lambda n) \\ 8\alpha^3\lambda n+p(\lambda^3v+\lambda m-3\mu) & 8\alpha^3\lambda v+p(\lambda^3m+\lambda\mu-3n) & 8\alpha^3\lambda m+p(\lambda^3\mu+\lambda n-3v) \end{vmatrix} \quad (22)$$

Diese Determinante ist nun aber, wenn man $8\alpha^3 = q$ setzt, von folgender Form:

$$A = \begin{vmatrix} qa+pa' & qa_1+pa'_1 & qa_2+pa'_2 \\ qb+pb' & qb_1+pb'_1 & qb_2+pb'_2 \\ qc+pc' & qc_1+pc'_1 & qc_2+pc'_2 \end{vmatrix}$$

Eine solche Determinante ist aber zusammengesetzt aus folgenden Gliedern:

$$A = q^3A_1 + q^2p(A_2 + A_3 + A_4) + qp^3(A_5 + A_6 + A_7) + p^3A_8$$

worin:

$$A_1 = \begin{vmatrix} a & a_1 & a_2 \\ b & b_1 & b_2 \\ c & c_1 & c_2 \end{vmatrix}; \quad A_2 = \begin{vmatrix} a & a_1 & a_2 \\ b & b_1 & b'_2 \\ c & c_1 & c'_2 \end{vmatrix}; \quad A_3 = \begin{vmatrix} a & a_1 & a_2 \\ b & b'_1 & b_2 \\ c & c'_1 & c_2 \end{vmatrix}; \quad A_4 = \begin{vmatrix} a & a_1 & a_2 \\ b & b'_1 & b'_2 \\ c & c'_1 & c'_2 \end{vmatrix} \quad \text{usw.}$$

Da wir nun nach anfänglicher Festsetzung die Glieder vernachlässigen, welche p auf einer höheren Potenz als der ersten enthalten, so haben wir aus (22) nur die vier Determinanten A_1, A_2, A_3, A_4 zu bilden und zu setzen:

$$0 = (8\alpha^2)^3 A_1 + p \cdot (8\alpha^2)^2 (A_2 + A_3 + A_4)$$

oder, da $\alpha l = \lambda$, vereinfacht:

$$0 = A_1 + \frac{p l^2}{8 \lambda^2} (A_2 + A_3 + A_4) \dots \dots \dots (23).$$

Aus (22) erhält man nun:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{vmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ v & m & \mu \\ \lambda n & \lambda v & \lambda m \end{vmatrix} = \lambda^2 (m^2 - \mu v) \\ A_2 &= \begin{vmatrix} \lambda & 0 & 2\lambda \\ v & m & (v + \lambda n) \\ \lambda n & \lambda v & (\lambda^2 \mu + \lambda n - 3v) \end{vmatrix} = \lambda [\lambda^2 (m\mu - nv) - \lambda (mn - v^2) - 3mv] \\ A_3 &= \begin{vmatrix} \lambda & (n + \lambda \mu) \\ v & (n + \lambda \mu) \\ \lambda n & (\lambda^2 m + \lambda \mu - 3n) \end{vmatrix} = \lambda [\lambda (mn - \mu^2) + 3n\mu + n\mu - mv] \\ A_4 &= \begin{vmatrix} (\mu + \lambda m) \\ (\lambda^2 v + \lambda m - 3v) \end{vmatrix} = 0. \end{aligned}$$

Setzt man wieder für m, n, μ, ν die Werthe (21), so erhält man, mit Berücksichtigung der Relation $\mathfrak{C}^2 - \mathfrak{C}^2 = 1$:

$$A_1 = 2\lambda^2 (1 + \mathfrak{C}c)$$

$$A_2 + A_3 = \lambda [2\lambda^2 (\mathfrak{C}s + \mathfrak{C}c) - 4\lambda \mathfrak{C}s + 8 (\mathfrak{C}s - \mathfrak{C}c)].$$

Die Gleichung (23) wird demnach:

$$0 = 1 + \mathfrak{C}c + \frac{p^2}{8\lambda^3} [\lambda^2 (\mathfrak{C}s + \mathfrak{C}c) - 2\lambda \mathfrak{C}s + 4 (\mathfrak{C}s - \mathfrak{C}c)] \quad (24).$$

Dies ist die transcendente Gleichung, welche zur Bestimmung der Schwingungsdauer dient. Zunächst ergibt sie

nämlich den Werth von $\lambda = \alpha l = l \sqrt{\frac{m}{b}}$, also das m , welches in dem Ausdruck (9) auftritt; hiermit wird aber die Schwingungsdauer bekannt, denn es ist:

$$m = \frac{\pi}{T}$$

wenn T die einfache Schwingungsdauer, d. h. die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden entgegengesetzten Durchgängen durch die Gleichgewichtslage bedeutet.

Die Gleichung (24) hat unendlich viele Wurzeln, entsprechend den verschiedenen Schwingungszuständen, die der Stab unabhängig von einander annehmen kann. Die kleinste Wurzel bestimmt die Schwingungsdauer der einfachen Pendelschwingungen (ohne Knoten), die der Stab ausführen kann. Die gröfseren Wurzeln, die immer kleineren Schwingungsdauern entsprechen, gehören zu Schwingungszuständen, welche, dem blofsen Auge bald nicht mehr wahrnehmbar, blofs als Töne zu erkennen sind.

III.

Die transcendente Gleichung in der Form (24) ist wenig zur Rechnung geeignet, sie soll deshalb umgeformt werden.

Die Gleichung besteht aus einem Theil der von p unabhängig und einem andern, der mit p multiplicirt ist. Nach gewöhnlicher Schreibweise ist der erste Theil:

$$1 + \mathfrak{C}c = 1 + \mathfrak{C}c [\lambda \cos \lambda = 1 + \frac{e^{\lambda} + e^{-\lambda}}{2} \cos \lambda.$$

Dies ist aber derjenige Ausdruck, der beim *schwerlosen* Stabe durch sein Verschwinden die Schwingungsdauer bestimmt. Die ganze Gleichung (24) welche ich abkürzend:

$$\varphi(\lambda) = 0$$

schreiben will, ist nur um ein Glied von der Ordnung der kleinen GröÙe p von jener verschieden. Hieraus schliesse ich weiter, dafs auch die Wurzeln von $\varphi(\lambda) = 0$ nur um Werthe von der Ordnung p von den Wurzeln der Gleichung $1 + \mathcal{C}c = 0$ verschieden sind; dafs also zu jeder Wurzel der Letzteren eine sehr wenig davon verschiedene der Ersteren gehört. Ich bezeichne nun die Wurzeln der Gleichung beim schwerlosen Stab mit λ_0 , so dafs also:

$$1 + \mathcal{C}c \cos \lambda_0 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

und setze, indem δ eine kleine GröÙe von der Ordnung von p bedeuten soll:

$$\lambda = \lambda_0 + \delta \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

Dies in die Gleichung $\varphi(\lambda) = 0$ eingesetzt und nach dem Taylor'schen Satze entwickelt, erhält man mit Vernachlässigung der zweiten und höherer Potenzen von δ :

$$0 = \varphi(\lambda_0) + \delta \varphi'(\lambda_0) \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

Hieraus bestimmt sich δ , wenn man für $\varphi(\lambda_0)$ und $\varphi'(\lambda_0)$ die Werthe aus (24) setzt. Es besteht aber $\varphi'(\lambda_0)$ ebenso wie $\varphi(\lambda_0)$ aus zwei Theilen, wovon der zweite den Factor p hat; wenn man also in die Gleichung (27) einsetzt, so erscheint ein Glied, welches $\delta \cdot p$ zum Factor hat. Dies ist aber eine GröÙe zweiter Ordnung, welche wegfällt. Es bleibt also von $\varphi'(\lambda)$ nur der Theil zu berücksichtigen:

$$\frac{d(1 + \mathcal{C}c \cos \lambda)}{d\lambda} = -\mathcal{C}s + \mathcal{C}c.$$

Mit Berücksichtigung von (25) wird also (27):

$$0 = \frac{p^2}{8\lambda_0^3} [\lambda_0^2 (\mathcal{C}s + \mathcal{C}c) - 2\lambda_0 \mathcal{C}s + 4(\mathcal{C}s - \mathcal{C}c)] - \delta (\mathcal{C}s - \mathcal{C}c)$$

woraus:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{p^2}{8\lambda_0^3} \left[\lambda_0^2 \frac{\mathcal{C}s + \mathcal{C}c}{\mathcal{C}s - \mathcal{C}c} - 2\lambda_0 \frac{\mathcal{C}s}{\mathcal{C}s - \mathcal{C}c} + 4 \right] \\ &= \frac{p^2}{8\lambda_0^3} \left[\lambda_0^2 \frac{1 + \mathcal{C}g \lambda_0 \cos \lambda_0}{1 - \mathcal{C}g \lambda_0 \cos \lambda_0} - 2\lambda_0 \frac{\mathcal{C}g \lambda_0}{1 - \mathcal{C}g \lambda_0 \cos \lambda_0} + 4 \right]. \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck vereinfacht sich indessen noch bedeutend, wenn man die Relation (25) noch weiter benutzt. Aus:

$$\cos \lambda_0 \cos \lambda_0 = -1$$

ersieht man, da $\cos \lambda_0$ eine stets positive GröÙe ist, daÙ $\cos \lambda_0$ negativ ist. Bildet man daher das Quadrat vorstehender Gleichung und ersetzt $\cos^2 \lambda_0$ durch $1 + \sin^2 \lambda_0$, so daÙ alsoq:

$$\sin^2 \lambda_0 \cos^2 \lambda_0 = 1 - \cos^2 \lambda_0 = \sin^2 \lambda_0,$$

so muÙ bei der Wurzelausziehung rechts das negative Zeichen genommen werden, d. h.

$$\sin \lambda_0 \cos \lambda_0 = -\sin \lambda_0,$$

weil $\sin \lambda_0$ an sich positiv, $\cos \lambda_0$ negativ ist.

Auf gleichem Wege ergibt sich:

$$\cos \lambda_0 \sin \lambda_0 = \sin \lambda_0.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man:

$$\sin \lambda_0 = -\operatorname{tg} \lambda_0$$

$$\operatorname{tg} \lambda_0 \operatorname{ctg} \lambda_0 = \cos \lambda_0$$

$$\operatorname{tg} \lambda_0 = \sin \lambda_0$$

Dies in obigen Werth von δ eingesetzt, wird dieser:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{p^2}{8\lambda_0^2} \left[\lambda_0^2 \frac{1 + \cos \lambda_0}{1 - \cos \lambda_0} - 2\lambda_0 \frac{\sin \lambda_0}{1 - \cos \lambda_0} + 4 \right] \\ &= \frac{p^2}{8\lambda_0^2} \left[\lambda_0^2 \left(\frac{\sin \lambda_0}{1 - \cos \lambda_0} \right)^2 - 2\lambda_0 \frac{\sin \lambda_0}{1 - \cos \lambda_0} + 4 \right] \end{aligned}$$

Setzt man diesen Werth von δ in (26) ein, so erhält man mit Benutzung von (8):

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{p^2}{8\lambda_0^2} \left[\frac{1}{2} - \frac{\lambda_0}{4} \cdot \frac{\sin \lambda_0}{1 - \cos \lambda_0} + \frac{\lambda_0^2}{8} \left(\frac{\sin \lambda_0}{1 - \cos \lambda_0} \right)^2 \right].$$

Die ganze KlammergröÙe k ist eine reine Zahl, denn λ_0 die Wurzel der transcendenten Gleichung (25) ist eine solche.

Die kleinste Wurzel dieser bekannten Gleichung ist:

$$\lambda_0 = 1,87511 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

oder in Graden:

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= 107^\circ 26' 20'' \\ \log \lambda_0 &= 0,27303 \\ \log \sin \lambda_0 &= 0,97957 - 1 \\ \log(-\cos \lambda_0) &= 0,47667 - 1.\end{aligned}$$

Die Berechnung ergibt für diese kleinste Wurzel den Werth der Klammergröße:

$$k = 0,39342 \quad \log k = 0,59486 - 1 \quad (29).$$

Es ist dann die erste Wurzel der Gleichung $\varphi(\lambda) = 0$:

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{\pi^2}{6^2 \lambda_0^3} \cdot k$$

in Zahlen:

$$\lambda = 1,87511 + \frac{\pi^2}{6^2} \cdot \frac{0,39342}{(1,87511)^3}.$$

Ich habe diese ganze Betrachtung für den Fall durchgeführt, wo der Stab am oberen Ende eingeklemmt war und vertical nach unten hing, so daß die Schwere in der Richtung der positiven X-Axe wirkte. Wenn der andere Fall vorliegt, daß nämlich der Stab am unteren Ende eingeklemmt, am oberen frei ist, so gilt in der ursprünglichen Differentialgleichung (4) das untere Zeichen, d. h. man erhält den zweiten Fall aus dem ersten, indem man bei g das Zeichen wechselt. Es gilt demnach allgemein die Formel:

$$\lambda = \lambda_0 \pm \frac{\pi^2}{6^2 \lambda_0^3} \cdot k \quad (30)$$

zur Bestimmung der Schwingungsdauer.

Zur vollständigen Lösung des Problems fehlt noch die Bestimmung von zwei Constanten durch den gegebenen Anfangszustand. Die Ausführung dieser Bestimmung, welche wenig von der beim schwerlosen Stab verschieden ist, kann ich aber hier unterlassen, da ich sie in der oben citirten Abhandlung für den schwierigeren Fall des schweren und am Ende belasteten Stabes durchgeführt habe.

**IX. Ueber das Verhalten von Glaubersalzlösungen bei Temperatur-Erniedrigung;
von Dr. F. Lindig in Schwerin.**

Da die physikalischen Vorgänge bei der sogenannten Uebersättigung von Glaubersalzlösungen noch immer keine genügende Erklärung — weder von Seiten der Physiker noch von Seiten der Chemiker — gefunden haben, so wird es wohl nicht ohne Interesse seyn, wenn ich einige Beobachtungen über diese Vorgänge mittheile.

Wenn man eine Glaubersalzlösung — gleichviel ob gesättigt oder nicht — langsam abkühlen läßt, so zieht sie sich bei der Temperatur-Erniedrigung, solange keine Krystallisation erfolgt, wie jeder andere Körper zusammen. Sobald indessen in der klaren Lösung die ersten Krystalle anschiessen, beginnt dieselbe, anstatt sich fernerhin zusammenzuziehen, sich im Gegentheil auszudehnen und zwar in demselben Maafse, in welchem die Krystallisation fortschreitet. Daraus ergibt sich offenbar, dafs die Dichtigkeit der sich bildenden Krystalle geringer ist als die Lösung, aus der sie sich abscheiden ¹⁾).

Ist nun schon dies Verhalten einer allmählich krystallisirenden Glaubersalzlösung auffällig und merkwürdig, so ist doch das Verhalten einer sogenannten übersättigten Lösung weit auffälliger und merkwürdiger. Wenn nämlich eine solche durch vorsichtige Behandlung bis auf 0 Grad abgekühlt und dann plötzlich zur Krystallisation gebracht wird, so zeigt der gebildete Krystallkuchen, der eine solide, compacte Masse vorstellt, eine auferordentliche Volumzunahme und zeigt ausserdem bei weiterer Abkühlung bis gegen 10° C. unter Null eine mehr und mehr zunehmende Ausdehnung. Da bei diesem Zustande der ursprüng-

1) Dem schien indessen der Umstand zu widersprechen, dafs losgelöste Krystalle in der Flüssigkeit nicht schwammen, sondern zu Grunde gingen.

lichen Lösung von einer Krystallausscheidung, wie vorhin, nicht die Rede seyn kann, so scheint dieselbe (ähnlich wie das Wasser unter 4°) jenes Gesetz nicht zu befolgen, nach welchem sich sonst die Körper bei Temperatur-Erniedrigung zusammenziehen.

Die betreffenden Versuche, die Jeder mit Leichtigkeit ausführen kann, habe ich selbst mit einem Glaskolben von etwa 60 Cubikcentimeter Inhalt angestellt. Ich füllte ihn bei verschiedenen Versuchen mit verschieden starken Lösungen von Glaubersalz in Wasser, schüttete darauf eine Deckschicht von Petroleum und schloß den Kolben vermittelst eines durchbohrten Kautschuk-Pfropfens, durch welchen ein mit Papierscale versehenes, 30 Centim. langes Glasrohr von 2,09 Cubikcentim. Inhalt bis in die Oeldeckschicht hinabreichte. Zwecks Temperaturveränderung wurde der Kolben in einem Becherglase mit einer Kältemischung resp. mit warmem Wasser umgeben. Erfolgte dann die Krystallisation der eingeschlossenen Lösung nicht von selbst im günstigen Moment, so wurde sie augenblicklich durch ein in das Rohr hinabgeworfenes Krystalltheilchen hervorgerufen. Die plötzliche Volumänderung war dabei oft so energisch, daß der Kolben gesprengt wurde, falls das Glasrohr sich zufällig verstopfte und der verdrängten Deckschicht keinen Ausweg darbot. Der ganze Apparat liefs sich ähnlich wie ein Thermometer (nur in umgekehrter Weise) gebrauchen und zeigte Temperaturwechsel von nicht zu geringer Dauer ziemlich empfindlich an. Wurde z. B. der stark abgekühlte Apparat auf einige Augenblicke mit der Hand erwärmt, so liefs sich deutlich ein Sinken der Deckschicht wahrnehmen.

Was nun die genauen Zahlenwerthe anbetrifft, welche ich für die Volumveränderungen bei verschiedenen Temperaturen ermittelt habe, so verspare ich mir die Veröffentlichung derselben für eine ausführlichere Mittheilung einiger Beobachtungen über Ausdehnungen der Salzlösungen.

X. B

Läfst
eine le
man, a
tensiv
Funken
Aender
Poldrä
trachte
den o
sieht r
nicht v
nicht
der sic
rend,
wenig
Von
herab
schmit
dunkl
rend
desma
selber
D
Flamm
erst
des
durch
allen
für e
D

**X. Bemerkung über den Durchgang der Funken
des Inductoriums durch die Flamme;
von A. Kundt.**

Läßt man den Funkenstrom eines Inductoriums durch eine leuchtende Gas- oder Kerzenflamme gehen, so sieht man, außer daß auf der Bahn der Funken die Flamme intensiv leuchtet und unter Umständen diese hell leuchtende Funkenbahn von dunklen Querstreifen durchzogen ist, keine Aenderung an der Flamme. Dieselbe erscheint, wenn die Poldrähte geeignet eingeführt sind, constant und ruhig. Betrachtet man jedoch die Flamme in einem langsam rotirenden oder mit der Hand hin und her bewegten Spiegel, so sieht man, daß die anscheinende Constanz in Wirklichkeit nicht vorhanden ist. Das Bild erscheint nämlich im Spiegel nicht constant in die Breite gezogen, sondern der Theil der sich oberhalb des Funkens befindet, erscheint alternirend, ähnlich wie die Flamme einer chemischen Harmonica, wenn man dieselbe in einem rotirenden Spiegel betrachtet. Von der obersten Spitze der Flamme bis zu dem Funken herab erscheint das Bild im Spiegel sägenförmig eingeschnitten und zwar sieht man an der untern Spitze jedes dunklen Einschnittes einen übergehenden Funken. Während des Uebergangs eines einzelnen Funkens ist also jedesmal die Flamme nach oben erloschen. Der Theil derselben unterhalb der Funken ist ganz constant und ruhig.

Der Grund dieses Verlöschens des oberen Theils der Flamme durch den Funken liegt jedenfalls darin, daß zuerst durch den Funken eine sehr schnelle Verbrennung des auf seiner Bahn befindlichen Gases eintritt und dann durch den mechanischen Druck, den der Funke dabei nach allen Seiten ausübt, das Nachströmen des Gases von unten für einen Moment gehemmt wird.

Das Verlöschten der oberen Flamme bei jedem einzel-

nen durchgehenden Funken giebt sich auch noch bei einer andern Beobachtungsmethode auf folgende Weise kund.

Während die Funken durch die Flamme gehen und zwar so, daß die letztere dem äußeren Anschein nach möglichst ruhig ist, beobachtet man dieselbe mittelst einer rotirenden Scheibe in der sich einige enge Schlitze befinden. Beobachtet man *senkrecht* zu der Richtung des durchgehenden Funkens, so erscheint die Flamme oberhalb des Funkens aus hellen und dunklen Schichten gebildet, beobachtet man *in der Richtung* des Funkens, so sieht man nicht eigentliche Schichten, es steigen vielmehr immerwährend in der Flamme dunkle Kreise auf. Am Besten für die letztere Beobachtung ist es, wenn die eine Elektrode in die Flamme hineinragt, die andere etwas außerhalb derselben bleibt, und man dann von der Seite dieser beobachtet.

Wie bei dem Zusammenwirken des Alternirens der Flamme und der momentanen Beobachtung durch die Schlitze der Scheibe die Erscheinung der hellen und dunklen Schichten zu Stande kommt, ist nicht nöthig hier eingehend auseinander zu setzen. Die Erscheinung beruht im Wesentlichen auf demselben Princip, nach welchem ein ausfließender Wasserstrahl durch eine rotirende Scheibe betrachtet als aus einzelnen sich bewegenden Tropfen gebildet erscheint. Es leuchtet auch ohne Weiteres ein, daß die Zahl und die Bewegung der hellen und dunklen Schichten der Flamme sich mit der Zahl der Schlitze der rotirenden Scheibe und mit der Geschwindigkeit der Drehung ändert.

XI.

Licht

du

(Mig)

Bei

tersuch

einfach

daß

welche

stellt

selben

rasche

tenen

hätte

Di

Glas

Prism

auf d

War

gesetz

tionse

ferner

Axe d

jeder

säule

an de

Wi

Wär

der N

Glas

1) P

Pogg

XI. Ueber den Durchgang der Wärme- und Lichtstrahlen durch geneigte diathermane und durchsichtige Platten; von H. Knoblauch.

(Mitgetheilt aus den Sitzungsberichten der naturforschenden Gesellschaft zu Halle, vom 21. April 1866.)

Bei Gelegenheit einer, im Jahre 1847 angestellten, Untersuchung der Polarisation der strahlenden Wärme durch einfache Brechung¹⁾ hatte der Verfasser wahrgenommen, daß *Sonnenstrahlen eine Anzahl paralleler Glasplatten, welche ihnen anfangs unter rechtem Winkel entgegenge-* stellt waren, *desto reichlicher durchdrangen, je mehr dieselben geneigt wurden:* ein Ergebniss, welches um so überraschender war, als bei zunehmender Dicke der dargebotenen Schicht eher eine Verminderung der Intensität sich hätte erwarten lassen.

Diese Steigerung wurde noch vermehrt, wenn die zum Glassatz gelangenden Wärmestrahlen durch ein Nicol'sches Prisma derart polarisirt waren, daß ihre *Polarisationsebene auf der Brechungsebene der Glasplatten senkrecht stand.* War z. B. der Hauptschnitt des in eine Fensterlade eingesetzten Nicols horizontal und demgemäß die Polarisationsebene der hindurchgehenden Strahlen vertical gerichtet, ferner die aufrecht stehenden Glasplatten um eine verticale Axe drehbar, so brachten die horizontal gebrochenen, bei jeder Neigung der Gläser vollständig von einer Thermosäule aufgefangenen, Wärmestrahlen folgende Ablenkungen an dem, mit der Säule verbundenen Multiplicator hervor:

Winkel, den die Wärmestrahlen mit der Normale auf die Glasplatten bildeten.	Ablenkung am Thermomultiplicator beim Durchgange der Wärmestrahlen durch			
	3 Platten.	6 Platten.	9 Platten.	12 Platten.
0°	16,00	10,50	7,00	4,50
20	17,25	11,50	8,00	4,50
40	17,25	13,00	10,25	8,75
60	19,50	13,75	12,00	10,50

1) Pogg. Ann. Bd. LXXIV, S. 170 ff.

Poggendorff's Annal. Bd. CXXVIII.

Wenn zwar diese damaligen Beobachtungen nicht den Zweck hatten, jene Durchstrahlungen an sich zu ermitteln, auch nicht in einer Reihenfolge angestellt waren, um für den vorliegenden Fall möglichst vergleichbar zu seyn, so stellen sie doch außer Zweifel, daß wenigstens innerhalb weiter Gränzen 1) die Fähigkeit der Wärmestrahlen, parallele Glasplatten zu durchdringen, mit dem Winkel wächst, welchen sie mit der Normale auf dieselben einschließen, 2) diese Fähigkeit mit der Anzahl der Platten zunimmt.

Fiel, in Folge einer Drehung des Nicol'schen Prismas um 90° , die Polarisationssebene der eintretenden Strahlen mit der Brechungsebene des Glassatzes zusammen, so brachte die hindurchgehende Wärme nachstehende Wirkungen am Thermoskop hervor:

Winkel, den die Wärmestrahlen mit der Normale auf die Glasplatten bildeten.	Ablenkung am Thermomultiplicator beim Durchgange der Wärmestrahlen durch			
	3 Platten.	6 Platten.	9 Platten.	12 Platten.
0°	16,00	10,50	7,00	4,50
20	16,00	10,50	6,37	2,37
40	12,75	8,00	5,00	2,37
60	10,25	4,00	1,00	0,00

Diese, einer specielleren Revision zwar ebenfalls noch bedürftenden Werthe stellen gleichwohl fest, daß der Durchgang der strahlenden Wärme unter den vorliegenden Bedingungen, dem Vorigen gerade entgegengesetzt, 1) in erhöhtem Maasse abnimmt, je mehr der bezeichnete Neigungswinkel sich vergrößert, 2) daß diese Abnahme desto mehr beträgt, je größer die Anzahl der Platten.

Im Jahre 1854 machte Prof. Schweigger¹⁾ bekannt, daß ein durch mehrere Spiegelscheiben gesehener Gegenstand heller erscheine, wenn den Scheiben eine schiefe Lage gegeben, als wenn jener durch den kleinsten Durch-

1) Ueber die optische Bedeutsamkeit des am elektromagnetischen Multiplicator sich darstellenden Principis zur Verstärkung des magnetischen Umschwungs. Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Halle Bd. II, S. 201.

messer derselben betrachtet wird. Es wurde solchergestalt die Eingangs für die Wärme aufgefundene Thatsache auch für das *Licht* nachgewiesen.

Bei der Anlage seines Experiments war Schweigger von der Absicht geleitet worden, eine von Schülen¹⁾ erwähnte Beobachtung, wonach das Bild eines Fernrohrs durch Schiefstellen des Objectivs deutlicher werden solle, durch mehrere Gläser »nach dem Princip des elektromagnetischen Multipliers« zu verstärken, »um daraus einen Collegienversuch zu machen«. Irgend welche weitere Erklärung oder Nachweis eines Zusammenhanges mit anderen optischen Vorgängen findet sich nicht²⁾.

Um einen solchen wo möglich zu ermitteln, auch die Grenzen der Erscheinung, so weit sie die ihr entgegenwirkende Absorption der durchstrahlten Substanz überwindet, festzustellen, hatte der Verfasser seine Untersuchung seitdem wieder aufgenommen.

Es hat sich dabei unzweifelhaft ergeben, daß das *Maximum der Intensität der durch farblose Glassätze hindurchgehenden Wärme- wie Lichtstrahlen bei dem Polarisationswinkel, d. h. bei einer Neigung derselben von etwa 55° gegen die Normale, erreicht wird und von da ab eine schnelle, sich steigernde Verminderung eintritt.*

So zeigte sich z. B. an 12 Gläsern bei dem Uebergange von 50° auf 55° eine Zunahme der Wärmewirkung (welche für messende Versuche einen viel sichreren Anhalt darbietet als die optische Beurtheilung) von 10,32 auf 10,60 d. h. um 3 Proc.; von 55° auf 60° aber eine Abnahme von 10,60 auf 9,25, also in dem Verhältniß 13 von 100.

Bei den Strahlen, deren *Polarisationsebene gegen die*

1) Beiträge zur Dioptrik und Geschichte des Glases von Maxim. Ludw. Christoff Schülen, Diener des göttl. Worts bei der evang. Gemeinde zu Eßlingen in Schwaben. Nördlingen bei Becken 1782.

2) Eine neuerdings von Geh. Rath Magnus dem Druck übergebene, mündlicher gefälliger Mittheilung nach, denselben Gegenstand berührende, Abhandlung ist dem Verfasser noch nicht bekannt geworden. (Ist seitdem in den Monatsberichten der Akademie und in diesen Ann. Bd. 127, S. 600 erschienen.)

Brechungsebene des Glassatzes gekreuzt war, steigerte sich unter dem nämlichen Neigungswechsel, die Ablenkung der Galvanometernadel von 9 auf 9,5 Grad, d. h. um 6 Proc.; sie verminderte sich, bei fortgesetzter Neigung, von 9,5 auf 8,75, d. h. um 8 von 100. Die Zunahme ist demnach in diesem Falle gröfser, die Abnahme aber kleiner als in dem vorigen.

Bei *Uebereinstimmung der ursprünglichen Polarisations-ebene und der Brechungsebene der durchstrahlten Platten* dauerte die Intensitätsabnahme während des weiteren Neigens; wenn zwar in sich ver minderndem Maafse, fort. Sie betrug bei den nämlichen 12 Gläsern, für die Winkeländerung von 50° auf 55°, 2,19 : 1,19 also 46 Proc.; für den Uebergang von 55° auf 60°, 1,19 : 0,76 die Verminderung also 34 von 100.

An *farbigen* Gläsern oder andern Substanzen, wie Glimmer, Hausenblase von verschiedener Farbe, blaugrün durchsichtigen Goldblättchen machte sich neben der gedachten Erscheinung die *Absorption* in entschiedener Weise geltend.

Bei gelben Glas- oder Glimmerplatten war augenfällig, wie die mit der Neigung zunehmende Steigerung der Intensität und die gleichzeitig wegen der gröfseren Dicke begünstigte Absorption derart sich das Gleichgewicht hielten, dafs die Wirkung der Strahlen nicht erheblich geändert wurde, bis der Winkel von 55° erreicht war, worauf plötzlich eine auffallende Verminderung des Durchgangs eintrat. Bei gleichartiger dunklerer Färbung der Platten konnte die Intensitätsabnahme schon vor jenem Winkel erfolgen, doch war der Abfall alsdann nie ein so plötzlicher und beträchtlicher.

Entsprechendes zeigte sich bei den übrigen Körpern. Charakteristisch war unter diesen das Gold wegen seines ansehnlich gröfseren Polarisationswinkels von etwa 70°.

Während ohne Absorption die Dicke und Anzahl der Platten von keinem Einflufs auf den Neigungswinkel ist, bei dem die Durchstrahlung in ihr Maximum tritt, dies vielmehr immer bei dem betreffenden Polarisationswinkel der Substanz erreicht wird, hängt es bei absorbirenden Schich-

ten v
ob un
strahl
von d
Absor

Er
die St
sichtig
ständig
der B
die An
die Str
hinzu,
selbst
ger se
ihre Z
Winkel
änder
len me
ander
Beding
durchg
unter v
strahlb

Da
günstig
sches F
weshalb
larisatio
fällt, e
henden

Dag
beim Er
des Pol

1) Pog
2) Pog
3) Pog

ten von ihrer *Dicke* und dem *Grade ihrer Absorption* ab, ob und bei welcher Plattenzahl eine Steigerung der Durchstrahlung überhaupt stattfindet und die Verminderung erst von dem Polarisationswinkel an oder, bei überwiegender Absorption, unter welchem Winkel vorher sie auftritt.

Erwägt man, dafs, nach den mitgetheilten Beobachtungen, die Strahlen desto fähiger sind, ganz oder theilweis durchsichtige oder diathermane Platten zu durchdringen, je vollständiger sie in einer Ebene polarisirt sind, welche auf der Brechungsebene derselben senkrecht steht, je gröfser die Anzahl dieser Platten ist und je mehr ihre Neigung gegen die Strahlen dem Polarisationswinkel sich nähert, und nimmt hinzu, dafs, nach früheren Ermittlungen, brechende Platten selbst wie das Licht so auch die Wärme desto vollständiger senkrecht zur Brechungsebene polarisiren¹⁾, je gröfser ihre Zahl und je mehr ihre Neigung dem bezeichneten Winkel genähert ist²⁾, so übersieht man, wie die an einander gereihten Platten selbst die in sie eintretenden Strahlen mehr und mehr in den Zustand versetzen, die auf einander folgenden reichlicher zu durchdringen, und wie die Bedingungen, um die Strahlen in dem gegebenen Falle durchgangsfähiger zu machen, mit denen zusammenfallen, unter welchen die Schichten selbst, diesen gegenüber, durchstrahlbarer werden.

Da nun die Polarisation durch einfache Brechung im günstigsten Falle nur der vollständigen durch ein Nicol'sches Prisma³⁾ nahe kommt, so ist jetzt auch erklärlich, weshalb die Polarisation durch ein solches, wenn seine Polarisationssebene mit der des brechenden Satzes zusammenfällt, eine gröfsere Intensitäts-Steigerung der hindurchgehenden Strahlen bewirkt, als der Glassatz allein.

Dagegen mufs der Unterschied zwischen der Steigerung beim Erreichen und der Verminderung beim Ueberschreiten des Polarisationswinkels dort geringer als hier seyn. Denn

1) Pogg. Ann. Bd. LXXIV, S. 175.

2) Pogg. Ann. Bd. LXXIV, S. 176.

3) Pogg. Ann. Bd. LXXIV, S. 178.

in jenem Falle bleibt die Polarisation der Strahlen durchweg ungeändert und die Durchstrahlung wird nur durch die Plattenstellung z. B. beim Glase zwischen 50° und 55° begünstigt, von 55° auf 60° beeinträchtigt; bei dem einfachen Glassatze aber werden gleichzeitig die Polarisation der Strahlen und der Einfluss der Platten auf den Durchgang geändert: anfangs beide vervollkommenet, nachher beide geschwächt; der Uebergang durch den Polarisationswinkel ist daher ein um so schrofferer.

Unter diesen Erläuterungen aber, welche den vorliegenden Fall auf allgemeinere Gesichtspunkte zurückführen, verliert derselbe sein Ueberraschendes: Der reichlichere Durchgang der in natürlichem Zustande einfallenden Wärme- oder Lichtstrahlen durch geneigte diathermane oder durchsichtige Platten ist eine unmittelbare Folgerung daraus.

XII. Ueber die Zusammensetzung des Wiserins; von Dr. V. Wartha,

Assistent am analytischen Laboratorium des eidg. Polytechnicums in Zürich.

Von Hrn. Dr. v. Fritsch erhielt ich einen kleinen Krystall jenes seltenen von Prof. Dr. A. Kenngott, zu Ehren des schweizerischen Mineralogen D. F. Wiser, benannten Minerals, welches sich am Berge Fibia, südwestlich vom Hospiz des St. Gotthard, ferner im Binnenthale in Ober-Wallis findet. Näheres über jenes tetragonal krystallisierende mit Zirkon isomorphe Mineral findet sich, von Ch. Lardy in den Schweizerischen Denkschriften II, 254, von D. F. Wiser im Neuen Jahrb. für Min. 1842, 217 und 1844, 160, von Gerhard vom Rath, in der Zeitschrift der deutsch geol. Gesellschaft 1862, 379, und endlich in den kürzlich erschienenen Werken »Die Minerale der Schweiz« von Dr. A. Kenngott 196. Jenen Krystall nun verwendete ich zur qualitativen Untersuchung, und will noch hin-

zufügen
Kiese
neral
zu 4,6
neral v
Phosph
Mineral
chen E
oder vi
der Tit
komme
ches V
Eig
Mineral
kocht,
aber d
verdün
komme
nachwe
nicht a

Da
hitze e
durch
Stich
ich mi
nen d
Ytterer
lag es
Gegen
senroth
schwel
genwa
doch
zur H
fehlte.
Zu
Güte

zufügen, daſs Wiſer in Folge ſeiner Löthrohr-Versuche Kieſelerde und Titansäure angab; ebenſo fand er das Mineral unlöslich in Säuren und beſtimmte ſein spec. Gew. zu 4,643, die Härte zu 5,0 bis 5,5. Ich fand nun das Mineral vor dem Löthrohre unſchmelzbar, ſchwerlöslich in Phosphorsalz, bei Anwendung einer größeren Menge des Minerals trübte ſich die Perle; aber außer einer ſchwachen Eiſenreaction konnte ich keine Spur einer blauen oder violeten Färbung erhalten, welche das Vorhandenſeyn der Titansäure angezeigt hätte. Ferner iſt das Mineral vollkommen klar auflöslich in Salz- oder Schwefelsäure, welches Verhalten die Gegenwart von Kieſelsäure anſchließt.

Eigenthümlich iſt der Umſtand, daſs das feingepulverte Mineral, ſelbſt mit überſchüssiger concentrirter Salzsäure gekocht, ſich gar nicht oder höchſt ſchwierig löst; erhitzt man aber das Pulver nur kurze Zeit mit concentrirter Säure, verdünnt dann mit Waſſer und kocht, ſo löſt es ſich vollkommen klar auf. Titansäure konnte ich ebenfalls nicht nachweiſen, ſelbſt mittelſt Gallusgerbsäure gelang es mir nicht auch nur die Spur davon zu finden.

Dagegen fand ich, daſs das Mineral bis zur Weiſſiglüh- hitze erhitzt keinen Gewichtsverlust erleidet, und daſs dadurch das früher ſandgelbe bis fleiſchrothe Pulver einen Stich ins Roſenrothe bekommt. Die Reactionen nun, die ich mit jenem Körper erhielt, ſtimmen vollkommen mit denen der Yttererde überein; da aber nun phosphorſaure Yttererde ſich gleich verhält wie die Yttererde ſelbſt, ſo lag es nahe, daſs auch Phosphorſäure zugegen ſey, deren Gegenwart ich auch mittelſt Natrium entdeckte. Die roſenrothe Färbung, die auch die Schmelze mit zweifach ſchwefelſaurem Kali zeigt, erkläre ich mir durch die Gegenwart einer kleinen Menge von Erbinerde, die ich jedoch ſpectralanalytiſch nicht nachweiſen konnte, da mir zur Herſtellung einer concentrirten Lösung das Material fehlte.

Zur quantitativen Unterſuchung erhielt ich durch die Güte des Hrn. Prof. Dr. A. Kennigott einige Kryſtällchen,

welche ich jedoch von beigemengtem Eisenglanz nicht vollständig trennen konnte, und welchem Umstande ich auch das höhere specifische Gewicht zuschreibe, welches ich zu 4,857 fand.

Ich schloß 0,144 Grm. des feingepulverten Minerals durch Schmelzen mittelst kohlensauren Natrons auf, löste die erhaltene Schmelze in Wasser, und setze dabei vorsichtig so viel Essigsäure hinzu, daß die Lösung noch schwach alkalisch blieb. Den gebliebenen bräunlichgelben Rückstand löste ich in kochender verdünnter Salzsäure, filtrirte von noch unzersetztem Eisenglanz ab, neutralisirte im Filtrat den größten Theil der Säure mit Ammoniak und fällte siedend mit concentrirter Oxalsäurelösung; der geglähte Rückstand wog 0,084 Grm., entsprechend 58,33 Proc. Yttererde und war von schwach gelblicher Farbe.

Die Phosphorsäure enthaltende Flüssigkeit übersättigte ich mit Essigsäure, setzte Ammoniak im Ueberschuß hinzu und fällte die Phosphorsäure auf übliche Weise als Magnesia-Doppelsalz. Ich erhielt 0,079 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia, was einem Gehalt von 35,08 Proc. Phosphorsäure entspricht.

Die Krystalle enthielten demnach in 100 Th.

48,33 Yttererde

35,08 Phosphorsäure

6,59 beigemengten Eisenglanz mit Spuren
von Titansäure.

100,00

Berechnen wir nun den Yttererde- und Phosphorsäuregehalt auf 100 und legen wir bei der Berechnung der Formel das von Bunsen und Bahr¹⁾ gefundene Aequivalent-Gewicht der Yttererde = 38,85 zu Grunde, so erhalten wir Zahlen, welche genau mit der Formel $3\text{YO}, \text{PO}_3$ übereinstimmen.

	gefunden	berechnet
Yttererde	62,49	62,14
Phosphorsäure	37,51	37,86
	100,00.	100,00.

1) Ann. d. Chem. und Pharm. Bd. CXXXVII, S. 1.

Zur
Wiseri
das v
Salz da
Es
selbstst
von B
Interes
was bi

XIII.
chlors

Abge
Mitsc
und ü
isomor
tet se
Au
chlors
manga
ansch
wesen
I.
Mn³C
II.
Mn³C
III
Hiern

1) D

Zur letzten Feststellung der Identität, der von mir im Wiserin gefundenen Erde mit der Yttererde, stellte ich das von Bunsen und Bahr beschriebene salpetersaure Salz dar, und fand auch hier vollständige Uebereinstimmung.

Es wäre somit festgestellt, daß der Wiserin keine selbstständige Mineralspecies ist, sondern identisch mit dem von Berzelius analysirten Xenotim oder Ytterspath ist. Interessant ist das Vorkommen der Yttererde in der Schweiz, was bis jetzt noch nicht beobachtet wurde.

**XIII. Ueber die isomorphen Mischungen aus überchlorsaurem und übermangansaurem Kali und die angebliche polymere Isomorphie;
von C. Rammelsberg.**

Abgesehen von einer Notiz Wöhler's¹⁾ ist die von Mitscherlich entdeckte Isomorphie des überchlorsauren und übermangansauren Salzes noch nicht zur Darstellung isomorpher Mischungen benutzt worden, weshalb es gestattet seyn mag, einige Versuche darüber hier mitzutheilen.

Aus der gemeinschaftlichen Auflösung von 1 Mol. überchlorsaurem Kali ($KClO_4$ (138,5) und von 2 Mol. übermangansaurem Kali $KMnO_4$ (158) wurden drei Krystallansätze erhalten. Das Ansehen der Krystalle war nicht wesentlich verschieden von dem des reinen Mangansalzes.

I. Anschufs. $3,534 = 2,039 K^2SO_4 = K\ 0,91404; 0,898 Mn^2O_4 = Mn\ 0,64703.$

II. Anschufs. $4,008 = 2,275 K^2SO_4 = K\ 1,0236; 1,573 Mn^2O_4 = Mn\ 1,1334.$

III. Anschufs. $2,84 = 1,291 Mn^2O_4 = Mn\ 0,9302.$

Hiernach enthalten diese Mischungen:

1) Diese Ann. Bd. 27, S. 627.

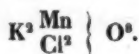
	I.	At.	II.	At.	III.	At.
Mangan	18,31	1	28,28	5	32,75	12
Kalium	25,87	2	25,54	6	(24,88)	13
Chlor						
Sauerstoff						

Es ist also:

I.			II.		
{ K Cl O ⁴ }			{ K Cl O ⁴ }		
{ K Mn O ⁴ }			{ 5 K Mn O ⁴ }		
Mn	55	= 18,55	5 Mn	= 275	= 29,62
2 K	78	26,31	6 K	234	25,20
Cl	35,5	11,97	Cl	35,5	3,82
8 O	128	43,17	24 O	384	41,36
	296,5	100		928,5	100

III.		
{ K Cl O ⁴ }		
{ 12 K Mn O ⁴ }		
12 Mn	= 660	= 32,44
13 K	507	= 24,92
Cl	35,5	1,74
52 O	832	40,90
	1718,5	100

Man pflegt häufig zu sagen, in isomorphen Mischungen finde eine *Vertretung* der entsprechenden heterogenen Bestandtheile statt. Dafs dieß nicht nothwendig der Fall sey, das beweist die Isomorphie dieser beiden Salze. Denn Chlor ist einwerthig, Mangan aber zweiwerthig, die Vertretung beider oder die Aequivalenz kann also nur in dem Verhältniß von 2 At. Chlor gegen 1 At. Mangan (71 : 55) stattfinden. Dem KMnO^4 würde KCl^2O^4 entsprechen, und eine Mischung beider wäre



Die typischen Formeln $\text{K} \frac{\text{K}}{\text{ClO}^3} \left. \vphantom{\frac{\text{K}}{\text{ClO}^3}} \right\} \text{O}$ und $\text{K} \frac{\text{K}}{\text{MnO}^3} \left. \vphantom{\frac{\text{K}}{\text{MnO}^3}} \right\} \text{O}$ setzen einwerthige Säureradiale voraus, abstrahiren also von der Ungleichwerthigkeit des darin enthaltenen Chlors und Man-

gans, ein theoretisch jedenfalls schwer zu erklärender Punkt.

In jedem Fall sieht man, daß die Isomorphie zweier Körper nichts mit der chemischen Aequivalenz der in ihnen enthaltenen Elementaratome zu schaffen hat ¹⁾.

Noch neuerlich ist die Behauptung ausgesprochen worden, daß sich die Bestandtheile isomorpher Körper in ungleichen Atommengen ersetzen können, welche dann aber chemisch gleichwerthig, d. h. aequivalent seyn, und man hat dieß polymere Isomorphie genannt.

So lange man die Isomorphie aus der Art und Zahl der Elementaratome der isomorphen Molecüle erklären will, wird man immer von Vertretung sprechen. Die geometrische Formengleichheit zweier Körper ist aber doch zunächst nur eine Folge der gleichen Lagerung ihrer physikalisch kleinsten Theilchen, d. h. ihrer Molecüle, welches auch deren chemische Natur seyn mag. Deshalb sind Elemente isomorph, und deshalb giebt es auch isomorphe Verbindungen, deren Mol. höchstens eine ähnliche, mitunter auch eine ganz verschiedene chemische Natur haben. Man muß sich also überzeugen, daß isomorphe Mol. auch chemisch analog seyn können, daß aber diese Analogie nicht die *Ursache* der Isomorphie ist. Deshalb ist auch von einer Vertretung bei isomorphen Körpern keine Rede, und eine isomorphe Mischung ist eine moleculare Aneinanderlagerung nach dem Symmetriegesetz, welches die Molecüle der einzelnen sogenannten isomorphen Körper beherrscht.

1) Es ist an die Isomorphie von



zu erinnern.

XIV. Ueber das krystallisirte Schwefelnatrium;
von C. Rammelsberg.

Große durchsichtige schwach röthlich gefärbte Krystalle dieser Verbindung erweisen sich als viergliedrige Combinationen eines Quadratoktaëders (o) mit einem quadratischen Prisma (p) gleicher Ordnung, welches vorherrscht, zu denen selten das zweite schärfere (d^2) als Abstumpfung der Ecken hinzutritt¹⁾.

$$o = a : a : c$$

$$p = a : a : \infty c$$

$$d^2 = a : 2c : \infty a$$

	Berechnet	Beobachtet
$o \left\{ \begin{array}{l} 2A \\ 2C \\ a \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 109^\circ 58' \\ 108 \quad 30 \\ 45 \quad 31 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 110^\circ \quad 0' \\ 108 \quad 15 \end{array} \right.$
$d^2 \left\{ \begin{array}{l} 2A \\ 2C \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 101 \quad 52 \\ 126 \quad 2 \end{array} \right.$	
$o : p =$		* 144 15
$o : d^2 =$	140 56	141 — 142°
$p : d^2 =$	129 4	129 30'.

Die Krystalle büßen an der Luft den Glanz der Flächen ein, weshalb die Messungen nicht ganz genau sind, dennoch liefs sich ermitteln, dafs sie nicht zweigliedrig sind, wie man aus früheren Angaben entnehmen dürfte, oder gar zwei- und eingliedrig, wie eine Notiz von l'Hermine zu zeigen schien.

Hr. Dr. Lütke erhielt aus 1,7 durch Zersetzung mittelst Chlorwasserstoffsäure 0,8116 NaCl = Na 0,31909, und aus 1,061 nach der Oxydation durch chloresaures Kali und Chlorwasserstoffsäure 1,067 BaSO₄ = S 0,14654.

Die Krystalle sind mithin

1) Mitscherlich führt schon an, dafs die Verbindung Quadratoctaëder bilde, hat sie aber, so viel ich weifs, nicht näher beschrieben.



	Gefunden
2 Na = 46 = 19,17	18,77
S = 32 = 13,33	13,81
9 aq = 162 = 67,50	
240 100.	

Dies entspricht älteren Versuchen von Kircher.

**XV. Ueber den Einfluss der Gestaltung der Leiter auf die Entladung der elektrischen Batterie;
von Hrn. C. M. Guillemin.**

(Comp. rend. T. LXII, p. 1083.)

Versuche mit Blitzableitern, mit denen die Commission zur Vervollkommnung der telegraphischen Linien Hrn. Bertsch, Hrn. Hughes und mich beauftragt hatte, haben uns im vorigen Jahre Gelegenheit gegeben, eine Thatsache zu beobachten, die, wie mir scheint, sich nicht aus den Gesetzen der Leitungsfähigkeit der Körper für Volta'sche Ströme herleiten lässt. Ein continuirlicher Kupferdraht leitete den Strom der Batterie nicht merklich besser als ein ähnlicher Draht, in welchen man einen Blitzableiter mit Spitzen eingeschaltet hatte. Das war die Thatsache, die sich uns darbot, und Nachstehendes ist das Resultat der Untersuchungen, welche ich vornahm, um zu ermitteln, in wiefern diese Thatsache von den bekannten Gesetzen abweiche.

Nach dem Ohm'schen Gesetze ist die Intensität des zu einem stabilen oder permanenten Zustand gelangten Stroms unabhängig von der Oberfläche der Leiter. Meine Versuche beweisen, dass beim Strom der Leydener Flasche, welcher einen variablen Zustand ohne merkliche Dauer darbietet, die Vergrößerung der Oberfläche des Leiters den Durchgang des Stroms erleichtert.

Um diesen Beweis zu liefern, ordnete ich zwei Leiter dergestalt an, daß sie gleichzeitig durchlaufen wurden von der Entladung einer Batterie von sechs Flaschen, die zusammen einen Condensator von etwa einem Quadratmeter Oberfläche darstellten. Der eine enthielt einen $0^{\text{mm}},1$ dicken Eisendraht, dessen Länge man nach Belieben änderte; der andere leitete einen Theil des Stromes ab und bei diesem veränderte man die Gestalt und Anordnung, ohne seinen Querschnitt abzuändern. Der Einfluß dieser Veränderungen ging hervor aus der mehr oder weniger großen Länge, welche man dem Eisendraht geben konnte, ohne daß er schmolz.

Dieser Leiter bestand aus einem dünnen Zinnstreifen von 2 Meter Länge und 6 Centm. Breite, isolirt auf einer Glastafel. Zunächst überzeugte man sich, daß dieser Streif einen so großen Theil der Batterie abzweigte, daß der etwa 15 Centm. lange Eisendraht nicht zur Rothgluth kam. Wenn man nun den Zinnstreif seiner Länge nach zusammenfaltete und dadurch seine Oberfläche verringerte, ohne weder seine Länge, noch seinen Querschnitt zu ändern, so erhitzte sich der Draht bis zum Dunkelglühen, und wenn man die Oberfläche der Streifen hinreichend verkleinerte, gerieth er auf seiner ganzen Länge in Schmelzung.

Der Leiter mit großer Oberfläche ist auch im Vorsprung, wenn man ihn, statt der Abzweigung, dazu gebraucht, den Strom durch den $0^{\text{mm}},1$ dicken Eisendraht zu leiten.

Dieser Effect scheint herzuführen von Inductionswirkungen, welche die verschiedenen Elemente der Leiter während des veränderlichen Zustands auf einander ausüben. Die Vergrößerung der Oberfläche erleichtert den Durchgang des instantanen Stroms, indem sie die reagirenden Theile von einander entfernt. Der folgende Versuch scheint diese Erklärung zu bestätigen.

Als abzweigenden Leiter des Batteriestroms wurden 60 Metalldrähte von 2 Meter Länge und $0^{\text{mm}},25$ Dicke angewandt. Wenn diese Drähte um 1 Centimeter auseinan-

der lag
nicht a
einand
60 Dr
(recui
fect e
zu ein

Tr
ist es
fläche
stand
er dar

W
Einsch
das V
Durch
ab.

Factur

D

Angab

D

es V

durch

Breit

zu ve

samer

B

große

sechs

beste

ses

chen

schw

1) B

T

ku

ste

der lagen, war der Eisendraht so geschützt, daß er sich nicht auf 400° C. erhitzte. Näherte man aber die Metalldrähte einander, so erhitzte sich der Draht stärker, und, wenn die 60 Drähte einander sehr nahe waren, ward er angelassen (*recuit*), dann rothglühend und geschmolzen. Dieser Effect erreichte sein Maximum, wenn man die Metalldrähte zu einem Kabel zusammendrehete.

Treibt man die Bedingungen des Phänomens weiter, so ist es leicht nachzuweisen, daß der Leiter mit großer Oberfläche dem Volta'schen Strom einen viel größeren Widerstand leisten kann als der cylindrische Draht, ohne daß er darum aufhört, den Batteriestrom besser zu leiten.

Wenn die Leiter sehr dick und kurz sind, ändert die Einschaltung einer dünnen Luftschicht in einen derselben das Verhältniß der Elektrizitätsmengen, welche sie beim Durchgang des instantanen Stroms durchlaufen, nicht viel ab. Darin bestand eben das ursprünglich beobachtete Factum.

Die vorstehenden Resultate wurden auch durch die Angaben des Rieffs'schen Thermometers bestätigt.

Diese Thatfachen führen natürlich zu der Ansicht, daß es Vortheil habe, die telegraphischen Blitzableiter, statt durch Kupferdrähte, durch Kupferstreifen von 2 bis 3 Centm. Breite und wenigstens 1 Mllm. Dicke mit dem Erdboden zu verbinden. Muthmaßlich wird diese Beschützung wirksamer seyn.

Bei diesen Versuchen wurde die Batterie durch einen großen Rühmkorff'schen Apparat geladen. Fünf bis sechs Sekunden reichten hin, die aus sechs großen Flaschen bestehende Batterie stark zu laden. Die große Kraft dieses Apparats erlaubt eine leichte Anstellung von Versuchen, die mit den gewöhnlichen Elektrisirmaschinen nur sehr schwierig zu machen seyn würden ¹⁾.

1) Bequemer noch leistet die Influenzmaschine diesen Dienst, da sie auch — (sobald nur die Luft des Arbeitsraums den nöthigen Grad von Trockenheit besitzt) — die größte Flaschenbatterie in außerordentlich kurzer Zeit ladet und nicht die immer etwas umständliche Zusammenstellung einer Volta'schen Batterie erfordert.

XVI. *Ueber einen eigenthümlichen Diamant von veränderlicher Farbe.*

(*Compt. rend. T. LXII, p. 1036.*)

Die HH. Halphen haben der Pariser Akademie einen etwa 4 Grm. wiegenden Diamant vorgelegt, der eine, ihres Wissens, noch nicht beobachtete Erscheinung zeigt.

Im normalen Zustand hat derselbe eine weisse, schwach bräunliche Farbe. Wenn man ihn der Wirkung des Feuers unterwirft, nimmt er eine sehr hübsche Rosenfarbe an, welche er acht bis zehn Tage behält und dann allmählich verliert, um auf seine ursprüngliche normale Farbe zurückzukehren.

Diese Veränderung, so wie die Rückkehr zum ursprünglichen Zustand, läßt sich ins Unbestimmte wiederholen. Der der Akademie vorgelegte Stein hat diese Probe fünf Mal bestanden.

Die erwähnte Erscheinung zog zuerst die Aufmerksamkeit eines Beobachters auf sich, der diesen Diamant probirte und ihn zufällig einer längeren Wirkung des Feuers aussetzte. Aehnliche Versuche mit anderen Diamanten gaben nicht dasselbe Resultat.

Die Färbungsfrage des Diamanten hat eine Wichtigkeit, welche die Akademie leicht würdigen wird, wenn sie weiß, daß der vorgelegte Stein in seinem normalen Zustand einen Werth von ungefähr 60 000 Francs besitzt und dieser auf 150 000 bis 200 000 Francs steigen würde, wenn die Rosenfärbung bleibend wäre.

Den HH. Halphen ist schon ein Stein vorgekommen, der durch Reibung rosenfarben wurde, diese Farbe aber fast sogleich wieder verlor.